Un pequeño remolcador ejerce una fuerza sobre un gran barco y hace que se mueva. ¿Cómo un bote tan pequeño puede hacer que se mueva un objeto tan grande? (Steve Raymer/CORBIS)

5.1 Concepto de fuerza
5.2 Primera ley de Newton y marcos inerciales
5.3 Masa
5.4 Segunda ley de Newton
5.5 Fuerza gravitacional y peso
5.6 Tercera ley de Newton
5.7 Algunas aplicaciones de las leyes de Newton
5.8 Fuerzas de fricción

5 Las leyes del movimiento

En los capítulos 2 y 4 se describió el movimiento de un objeto en términos de su posición, velocidad y aceleración sin tener en cuenta qué impulsa dicho movimiento. Ahora se considera la influencia externa: ¿qué hace a un objeto permanecer en reposo y que otro objeto acelere? Los dos factores principales en los que es necesario reflexionar son las fuerzas que actúan sobre un objeto y la masa del objeto. En este capítulo comienza el estudio de la *dinámica* al discutir las tres leyes de movimiento básicas, las cuales se relacionan con fuerzas y masas y que formuló hace más de tres siglos Isaac Newton.

5.1 Concepto de fuerza

Cada uno tiene una comprensión básica del concepto de fuerza a partir de la experiencia cotidiana. Cuando aleja un plato de comida vacío, ejerce una fuerza sobre él. De igual modo, cuando se lanza o patea una pelota se ejerce una fuerza sobre ella. En estos ejemplos, la palabra *fuerza* se refiere a una interacción con un objeto mediante actividad muscular y algún cambio en la velocidad del objeto. Sin embargo, las fuerzas no siempre causan movimiento. Por ejemplo, cuando está sentado, sobre su cuerpo actúa una fuerza gravitacional y aún así usted permanece fijo. Como segundo ejemplo, puede empujar (en otras palabras, ejercer una fuerza) sobre una gran roca y no ser capaz de moverla.

¿Qué fuerza (si alguna) hace que la Luna orbite la Tierra? Newton respondió ésta y otras preguntas relacionadas al afirmar que las fuerzas son lo que causa cualquier cambio en la velocidad de un objeto. La velocidad de la Luna no es constante porque se mueve en una órbita casi circular en torno a la Tierra. Este cambio en velocidad lo causa la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra sobre la Luna.

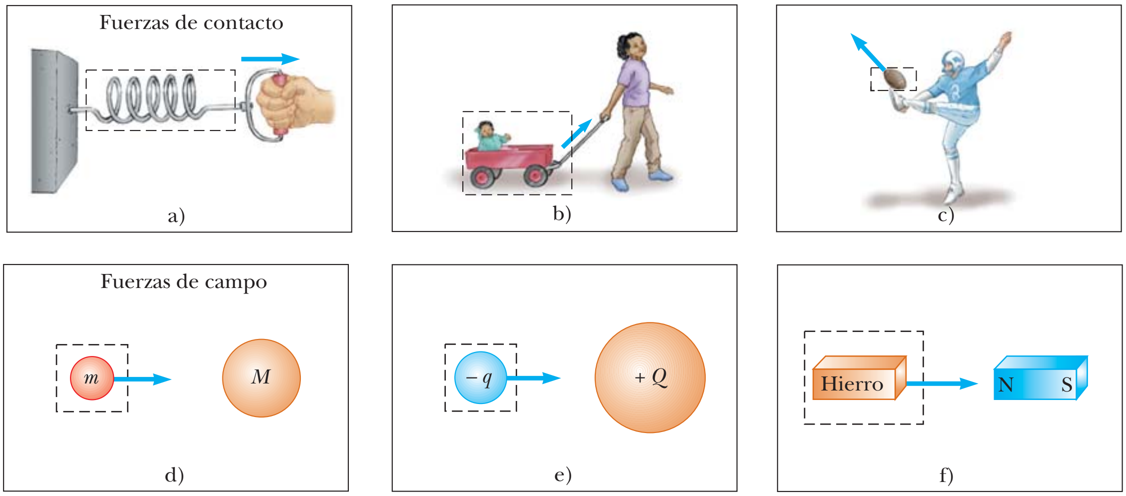


Figura 5.1 Algunos ejemplos de fuerzas aplicadas. En cada caso, sobre el objeto dentro del área limitada por líneas discontinuas se ejerce una fuerza. Algún agente en el ambiente exterior al área del recuadro ejerce una fuerza sobre el objeto.

Cuando un resorte se jala, como en la figura 5.1a, el resorte se estira. Cuando se jala un carrito estacionario, como en la figura 5.1b, el carrito se mueve. Cuando se patea un balón, como en la figura 5.1c, se deforma y se pone en movimiento. Estas situaciones son ejemplos de una clase de fuerzas llamadas *fuerzas de contacto*. Esto es, implican contacto físico entre dos objetos. Otras fuerzas de contacto son la fuerza que ejercen las moléculas de gas sobre las paredes de un contenedor y la fuerza que ejerce su pie sobre el suelo.

Otra clase de fuerzas, conocidas como *fuerzas de campo*, no involucran contacto físico entre dos ejemplos. Estas fuerzas actúan a través del espacio vacío. La fuerza gravitacional de atracción entre dos objetos con masa, que se ilustra en la figura 5.1d, es un ejemplo de esta clase de fuerza. La fuerza gravitacional mantiene a los objetos ligados a la Tierra y a los planetas en órbita alrededor del Sol. Otra fuerza de campo común es la fuerza eléctrica que una carga eléctrica ejerce sobre otra (figura 5.1e). Como ejemplo, estas cargas pueden ser las del electrón y el protón que forman un átomo de hidrógeno. Un tercer ejemplo de fuerza de campo es la fuerza que un imán de barra ejerce sobre un trozo de hierro (figura 5.1f).

La distinción entre fuerzas de contacto y fuerzas de campo no es tan clara como se podría pensar a partir de la discusión anterior. Cuando se examinan a nivel atómico, todas las fuerzas que se clasifican como fuerzas de contacto resultan ser causadas por fuerzas (de campo) eléctricas del tipo que se ilustra en la figura 5.1e. No obstante, al desarrollar modelos para fenómenos macroscópicos, es conveniente usar ambas clasificaciones de fuerzas. Las únicas fuerzas *fundamentales* conocidas en la naturaleza son todas fuerzas de campo: 1) *fuerzas gravitacionales* entre objetos, 2) *fuerzas electromagnéticas* entre cargas eléctricas, 3) *fuerzas fuertes* entre partículas subatómicas y 4) *fuerzas débiles* que surgen en ciertos procesos de decaimiento radiactivo. En la física clásica sólo interesan las fuerzas gravitacional y electromagnética. Las fuerzas fuerte y débil se discutirán en el capítulo 46.

La naturaleza vectorial de la fuerza

Es posible usar la deformación de un resorte para medir fuerza. Suponga que una fuerza vertical se aplica a una balanza de resorte que tiene un extremo superior fijo, como se muestra en la figura 5.2a (página 102). El resorte se estira cuando la fuerza se aplica, y un puntero en la escala lee el valor de la fuerza aplicada. El resorte se puede calibrar al definir una fuerza de referencia $\vec{\mathbf{F}}_1$ como la fuerza que produce una lectura de 1.00 cm. Si ahora se aplica una fuerza hacia abajo diferente $\vec{\mathbf{F}}_2$ cuya magnitud es el doble de la fuerza de referencia $\vec{\mathbf{F}}_1$, como se ve en la figura 5.2b, el puntero se mueve 2.00 cm. La figura 5.2c muestra que el efecto combinado de las dos fuerzas colineales es la suma de los efectos de las fuerzas individuales.

Ahora suponga que la aplicación de las dos fuerzas es simultánea con $\vec{\mathbf{F}}_1$ descendente y $\vec{\mathbf{F}}_2$ horizontal, como se ilustra en la figura 5.2d. En este caso, el puntero lee 2.24 cm.

Giraudon/Art Resource

ISAAC NEWTON
Físico y matemático inglés (1642–1727)
Isaac Newton fue uno de los más brillantes científicos de la historia. Antes de cumplir 30 años, formuló los conceptos básicos y leyes de la mecánica, descubrió la ley de gravitación universal e inventó los métodos matemáticos del cálculo. Como consecuencia de sus teorías, Newton fue capaz de explicar los movimientos de los planetas, la baja y el flujo de las mareas y muchas características especiales de los movimientos de la Luna y la Tierra. También interpretó muchas observaciones fundamentales concernientes a la naturaleza de la luz. Sus aportaciones a las teorías físicas dominaron el pensamiento científico durante dos siglos y siguen siendo importantes en la actualidad.

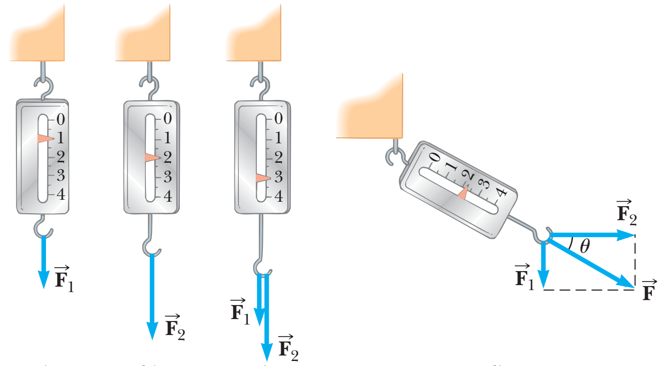


Figura 5.2 La naturaleza vectorial de una fuerza se prueba con una balanza de resorte. a) Una fuerza descendente $\vec{F}_1$ estira el resorte 1.00 cm. b) Una fuerza descendente $\vec{F}_2$ estira el resorte 2.00 cm. c) Cuando $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ son simultáneas, el resorte se estira 3.00 cm. d) Cuando $\vec{F}_1$ es descendente y $\vec{F}_2$ es horizontal, la combinación de las dos fuerzas estira el resorte 2.24 cm.

La fuerza sola $\vec{F}$ que produciría esta misma lectura es la suma de los dos vectores $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, como se describe en la figura 5.2d. Esto es, $|\vec{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 2.24$ unidades, y su dirección es $\theta = \tan^{-1}(-0.500) = -26.6°$. **Puesto que se ha comprobado experimentalmente que las fuerzas se comportan como vectores, debe aplicar las reglas de suma vectorial para obtener la fuerza neta sobre un objeto**.

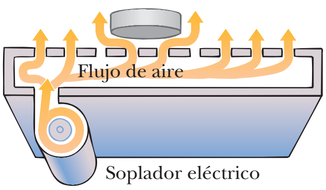


Figura 5.3 En una mesa de hockey de aire, el aire que sopla a través de los hoyos en la superficie permite que el disco se mueva casi sin fricción. Si la mesa no acelera, un disco colocado sobre la mesa permanecerá en reposo.

5.2 Primera ley de Newton y marcos inerciales

El estudio de las fuerzas comienza al formar imágenes de algunas situaciones físicas que involucran un disco sobre una mesa de hockey de aire perfectamente a nivel (figura 5.3). Se espera que el disco permanezca donde se coloca. Ahora piense que su mesa de hockey de aire se ubica en un tren que se mueve con velocidad constante a lo largo de una pista perfectamente uniforme. Si el disco se coloca en la mesa, de nuevo permanece donde se le coloca. Sin embargo, si el tren acelera, el disco comenzaría a moverse a lo largo de la mesa en dirección opuesta a la de la aceleración del tren, igual como un conjunto de papeles en el tablero de su automóvil cae en el asiento delantero cuando pisa el acelerador.

Como se vio en la sección 4.6, es posible observar un objeto en movimiento desde muchos marcos de referencia. La **primera ley del movimiento de Newton**, a veces llamada *ley de la inercia*, define un conjunto especial de marcos de referencia llamados *marcos inerciales*. Esta ley se puede establecer del modo siguiente:

Primera ley de Newton ▶

> Si un objeto no interactúa con otros objetos, es posible identificar un marco de referencia en el que el objeto tiene aceleración cero.

Marco de referencia inercial ▶

Tal marco de referencia se llama **marco de referencia inercial**. Cuando el disco está en la mesa de hockey de aire ubicada en el suelo, usted lo observa desde un marco de referencia inercial; no hay interacciones horizontales del disco con cualquier otro objeto y observa que tiene aceleración cero en dicha dirección. Cuando usted está en el tren en movimiento con velocidad constante, también observa el disco desde un marco de referencia inercial. **Cualquier marco de referencia que se mueve con velocidad constante en relación con un marco inercial es, en sí mismo, un marco inercial**. Sin embargo, cuando usted y el tren aceleran, usted observa el disco desde un **marco de referencia no inercial** porque el tren acelera en relación con el marco de referencia inercial de la superficie de la Tierra. Mientras el disco parece acelerar de acuerdo con sus observaciones, se puede identificar un marco de referencia en el cual el disco tiene aceleración cero. Por ejemplo, un observador que está fuera del tren en el suelo ve el disco que se mueve con la misma velocidad que tiene el tren antes de comenzar a acelerar (porque casi no hay fricción para “amarrar” el disco y el tren). Debido a eso, todavía se satisface la primera ley de Newton, aun cuando sus observaciones como pasajero del tren muestren una aceleración aparente en relación con usted.

Un marco de referencia que se mueve con velocidad constante en relación con las estrellas distantes es la mejor aproximación de un marco inercial y, para propósitos de estudio, se considera a la Tierra como tal marco. En realidad la Tierra no es un marco inercial debido a su movimiento orbital en torno al Sol y su movimiento rotacional alrededor de su propio eje, y ambos involucran aceleraciones centrípetas. Sin embargo, estas aceleraciones son pequeñas comparadas con g, y con frecuencia se pueden despreciar. Por esta razón, la Tierra representa un marco inercial, junto con cualquier otro marco unido a él.

Suponga que observa un objeto desde un marco de referencia inercial. (En la sección 6.3 se regresará a observaciones hechas en marcos de referencia no inerciales.) Muy próximos a 1600, los científicos creían que el estado natural de la materia era el estado de reposo. Las observaciones mostraron que los objetos en movimiento finalmente dejaban de moverse. Galileo fue el primero en considerar un planteamiento diferente del movimiento y del estado natural de la materia. Diseñó experimentos mentales y concluyó que no es la naturaleza de un objeto detenerse una vez que se pone en movimiento: más bien, su naturaleza es *resistir el cambio en su movimiento*. En sus palabras: "cualquier velocidad una vez impartida a un cuerpo móvil se mantendrá firme siempre y cuando se retiren las causas externas de retardo". Por ejemplo, una nave espacial que navega a través del espacio vacío con su motor apagado seguirá moviéndose para siempre. *No* buscaría un "estado natural" de reposo.

Dada la discusión de las observaciones realizadas acerca de los marcos de referencia inerciales, se puede plantear un enunciado más práctico de la primera ley del movimiento de Newton:

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.1

Primera ley de Newton

La primera ley de Newton *no* explica lo que sucede con un objeto con *fuerza neta cero*, esto es, múltiples fuerzas que se cancelan; expresa lo que ocurre *en ausencia de fuerzas externas*. Esta diferencia sutil pero importante permite definir la fuerza como la causa de un cambio en el movimiento. La descripción de un objeto bajo el efecto de fuerzas que se equilibran la cubre la segunda ley de Newton.

◀ Otro enunciado de la primera ley de Newton

> En ausencia de fuerzas externas, y cuando se ve desde un marco de referencia inercial, un objeto en reposo se mantiene en reposo y un objeto en movimiento continúa en movimiento con una velocidad constante (esto es, con una rapidez constante en una línea recta).

En otras palabras, **cuando ninguna fuerza actúa sobre un objeto, la aceleración del objeto es cero**. Una conclusión a partir de la primera ley, es que cualquier *objeto aislado* (uno que no interactúa con su entorno) está en reposo o en movimiento con velocidad constante. La tendencia de un objeto a resistir cualquier intento por cambiar su velocidad se llama **inercia**. Dado el enunciado anterior de la primera ley, se puede concluir que un objeto que acelera debe experimentar una fuerza. A su vez, de la primera ley, se puede definir **fuerza** como **aquello que causa un cambio en el movimiento de un objeto**.

Pregunta rápida 5.1 ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto? a) Es posible que un objeto tenga movimiento en ausencia de fuerzas sobre el objeto. b) Es posible tener fuerzas sobre un objeto en ausencia de movimiento del objeto. c) Ni a) ni b) son correctos. d) Tanto a) como b) son correctos.

5.3 Masa

Piense que quiere atrapar ya sea un balón de basquetbol o una bola de boliche. ¿Cuál es más probable que siga moviéndose cuando intenta capturarla? ¿Cuál requiere más esfuerzo para lanzarla? La bola de boliche requiere más esfuerzo. En el lenguaje de la física, se dice que la bola de boliche es más resistente al cambio en su velocidad que la de basquetbol. ¿Cómo se puede cuantificar este concepto?

◀ Definición de masa

La **masa** es la propiedad de un objeto que especifica cuánta resistencia muestra un objeto para cambiar su velocidad y, como se aprendió en la sección 1.1, la unidad del SI de masa es el kilogramo. Los experimentos muestran que mientras más grande sea la masa de un objeto, menos acelera el objeto bajo la acción de una fuerza aplicada conocida.

Para describir la masa en unidades cuantitativas, se realizan experimentos en los que se comparan las aceleraciones que produce una fuerza conocida sobre diferentes objetos. Suponga que una fuerza que actúa sobre un objeto de masa m_1 produce una aceleración $\vec{\mathbf{a}}$, y la *misma fuerza* que actúa sobre un objeto de masa m_2 produce una aceleración $\vec{\mathbf{a}}_2$. La relación de las dos masas se define como la relación *inversa* de las magnitudes de las aceleraciones producidas por la fuerza:

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1} \tag{5.1}$$

Por ejemplo, si una fuerza conocida que actúa sobre un objeto de 3 kg produce una aceleración de 4 m/s^2, la misma fuerza aplicada a un objeto de 6 kg produce una aceleración de 2 m/s^2. De acuerdo con un cúmulo de observaciones similares, se concluye que **la magnitud de la aceleración de un objeto es inversamente proporcional a su masa cuando sobre él actúa una fuerza conocida**. Si un objeto tiene una masa conocida, la masa del otro objeto se obtiene a partir de mediciones de aceleración.

La masa es una propiedad inherente de un objeto y es independiente de los alrededores del objeto y del método que se aplica para medirla. Además, la **masa es una cantidad escalar** y, en estos términos, obedece las reglas de la aritmética ordinaria. Por ejemplo, si combina una masa de 3 kg con una masa de 5 kg, la masa total es 8 kg. Este resultado se puede verificar experimentalmente al comparar la aceleración que una fuerza conocida proporciona a diferentes objetos por separado con la aceleración que la misma fuerza proporciona a los mismos objetos combinados como una unidad.

Masa y peso son cantidades diferentes ▶

La masa no se debe confundir con el peso. La **masa y el peso son dos cantidades diferentes**. El peso de un objeto es igual a la magnitud de la fuerza gravitacional ejercida sobre el objeto y varía con la posición (véase la sección 5.5). Por ejemplo, una persona que pesa 180 lb sobre la Tierra pesa sólo aproximadamente 30 lb sobre la Luna. Por otra parte, la masa de un objeto por dondequiera es la misma: un objeto que tiene una masa de 2 kg sobre la Tierra también tiene una masa de 2 kg sobre la Luna.

5.4 Segunda ley de Newton

La primera ley de Newton explica lo que sucede a un objeto cuando sobre él no actúan fuerzas: permanece en reposo o se mueve en línea recta con rapidez constante. La segunda ley de Newton responde la pregunta de qué acontece a un objeto que tiene una o más fuerzas que actúan sobre él.

Imagine realizar un experimento en el que empuja un bloque de masa fija a través de una superficie horizontal sin fricción. Cuando ejerce alguna fuerza horizontal $\vec{\mathbf{F}}$ sobre el bloque, éste se mueve con cierta aceleración $\vec{\mathbf{a}}$. Si aplica al doble una fuerza sobre el mismo bloque, la aceleración del bloque se duplica. Si aumenta la fuerza aplicada a $3\vec{\mathbf{F}}$, la aceleración se triplica, etcétera. A partir de tales observaciones, se concluye que **la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él:** $\vec{\mathbf{F}} \propto \vec{\mathbf{a}}$. Esta idea se introdujo por primera ocasión en la sección 2.4, cuando se discutió la dirección de la aceleración de un objeto. La magnitud de la aceleración de un objeto es inversamente proporcional a su masa, como se afirmó en la sección anterior: $|\vec{\mathbf{a}}| \propto 1/m$.

Estas observaciones experimentales se resumen en la **segunda ley de Newton**:

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.2

La fuerza es la causa de cambios en el movimiento

La fuerza *no* causa movimiento. Se puede tener movimiento en ausencia de fuerzas, como describe la primera ley de Newton. La fuerza es la causa de los *cambios* en el movimiento, como se mide por la aceleración.

> Cuando se ve desde un marco de referencia inercial, la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa:
>
> $$\vec{\mathbf{a}} \propto \frac{\sum \vec{\mathbf{F}}}{m}$$

Si se elige una constante de proporcionalidad 1, se relaciona masa, aceleración y fuerza a través del siguiente enunciado matemático de la segunda ley de Newton:[1]

Segunda ley de Newton ▶

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} \tag{5.2}$$

[1] La ecuación 5.2 es válida sólo cuando la rapidez del objeto es mucho menor que la rapidez de la luz. La situación relativista se trata en el capítulo 39.

Tanto en el enunciado textual como en el matemático de la segunda ley de Newton se indicó que la aceleración se debe a la *fuerza neta* $\sum \vec{\mathbf{F}}$ que actúa sobre un objeto. La **fuerza neta** sobre un objeto es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto. (A veces a la fuerza neta se le referirá como *fuerza total*, *fuerza resultante* o *fuerza desequilibrada*.) Al resolver un problema con la segunda ley de Newton, es imperativo determinar la fuerza neta correcta sobre un objeto. Muchas fuerzas pueden actuar sobre un objeto, pero sólo hay una aceleración.

La ecuación 5.2 es una expresión vectorial y por tanto es equivalente a tres ecuaciones componentes:

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z \tag{5.3}$$

◀ Segunda ley de Newton: forma de componentes

Pregunta rápida 5.2 Un objeto no experimenta aceleración. ¿Cuál de los siguientes *no puede* ser cierto para el objeto? a) Una sola fuerza actúa sobre el objeto. b) No actúan fuerzas sobre el objeto. c) Sobre el objeto actúan fuerzas, pero éstas se cancelan.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.3

$m\vec{\mathbf{a}}$ no es una fuerza

La ecuación 5.2 *no* indica que el producto $m\vec{\mathbf{a}}$ sea una fuerza. Todas las fuerzas sobre un objeto se suman como vectores para generar la fuerza neta en el lado izquierdo de la ecuación. En tal caso esta fuerza neta se iguala con el producto de la masa del objeto y la aceleración que resulta de la fuerza neta. *No* incluya una "fuerza $m\vec{\mathbf{a}}$" en su análisis de las fuerzas sobre un objeto.

Pregunta rápida 5.3 Usted empuja un objeto, al inicio en reposo, a través de un piso sin fricción con una fuerza constante durante un intervalo de tiempo Δt, lo que resulta en una rapidez final de v para el objeto. Luego repite el experimento, pero con una fuerza que es el doble de grande. ¿Qué intervalo de tiempo se requiere ahora para alcanzar la misma rapidez final v? a) $4\Delta t$, b) $2\Delta t$, c) Δt, d) $\Delta t/2$, e) $\Delta t/4$.

La unidad del SI de fuerza es el **newton** (N). Una fuerza de 1 N es la fuerza que, cuando actúa sobre un objeto de 1 kg de masa, produce una aceleración de 1 m/s². A partir de esta definición y de la segunda ley de Newton, es claro que el newton se puede expresar en términos de las siguientes unidades fundamentales de masa, longitud y tiempo:

$$1\ \text{N} \equiv 1\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \tag{5.4}$$

◀ Definición de newton

En el sistema inglés, la unidad de fuerza es la **libra** (lb). Una fuerza de 1 lb es la fuerza que, cuando actúa sobre una masa de 1 slug,[2] produce una aceleración de 1 ft/s²:

$$1\ \text{lb} \equiv 1\ \text{slug} \cdot \text{ft/s}^2 \tag{5.5}$$

Una aproximación conveniente es 1 N ≈ ¼ lb.

EJEMPLO 5.1 Un disco de hockey que acelera

Un disco de hockey que tiene una masa de 0.30 kg se desliza sobre la superficie horizontal sin fricción de una pista de patinaje. Dos bastones de hockey golpean el disco simultáneamente, y ejercen las fuerzas sobre el disco que se muestran en la figura 5.4. La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_1$ tiene una magnitud de 0.5 N y la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_2$ tiene una magnitud de 8.0 N. Determine tanto la magnitud como la dirección de la aceleración del disco.

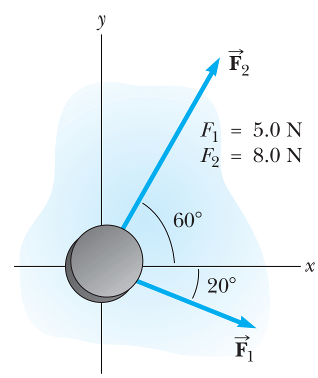


Figura 5.4 (Ejemplo 5.1) Un disco de hockey que se mueve sobre una superficie sin fricción está sujeto a dos fuerzas, $\vec{\mathbf{F}}_1$ y $\vec{\mathbf{F}}_2$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Estudie la figura 5.4. Use su experiencia en suma vectorial del capítulo 3 y prediga la dirección aproximada del vector de fuerza neta sobre el disco. La aceleración del disco estará en la misma dirección.

Categorizar Puesto que es posible determinar una fuerza neta y se quiere una aceleración, este problema se clasifica como uno que se puede resolver aplicando la segunda ley de Newton.

[2] El *slug* es la unidad de masa en el sistema usual estadounidense y es la contraparte de la unidad del SI de *kilogramo* en dicho sistema. Puesto que la mayoría de los cálculos en el estudio de la mecánica clásica están en unidades del SI, el slug se usa rara vez en este texto.

Analizar Encuentre la componente de la fuerza neta que actúa sobre el disco en la dirección x:

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(-20°) + F_2 \cos 60°$$
$$= (5.0\text{ N})(0.940) + (8.0\text{ N})(0.500) = 8.7\text{ N}$$

Encuentre la componente de la fuerza neta que actúa sobre el disco en la dirección y:

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} = F_1 \operatorname{sen}(-20°) + F_2 \operatorname{sen} 60°$$
$$= (5.0\text{ N})(-0.342) + (8.0\text{ N})(0.866) = 5.2\text{ N}$$

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes (ecuación 5.3) para encontrar las componentes x y y de la aceleración del disco:

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{8.7\text{ N}}{0.30\text{ kg}} = 29\text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{5.2\text{ N}}{0.30\text{ kg}} = 17\text{ m/s}^2$$

Encuentre la magnitud de la aceleración:

$$a = \sqrt{(29\text{ m/s}^2)^2 + (17\text{ m/s}^2)^2} = \boxed{34\text{ m/s}^2}$$

Localice la dirección de la aceleración en relación con el eje positivo x:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{17}{29}\right) = \boxed{30°}$$

Finalizar Los vectores de la figura 5.4 se pueden sumar gráficamente para verificar lo razonable de la respuesta. Puesto que el vector aceleración es a lo largo de la dirección de la fuerza resultante, un dibujo que muestra el vector fuerza resultante ayuda a comprobar la validez de la respuesta. (¡Inténtelo!)

¿Qué pasaría si? Suponga que tres bastones de hockey golpean el disco simultáneamente, y dos de ellos ejercen las fuerzas que se muestran en la figura 5.4. El resultado de las tres fuerzas es que el disco de hockey *no* muestra aceleración. ¿Cuáles deben ser las componentes de la tercera fuerza?

Respuesta Si hay aceleración cero, la fuerza neta que actúa sobre el disco debe ser cero. En consecuencia, las tres fuerzas se deben cancelar. Se encontraron las componentes de la combinación de las primeras dos fuerzas. Las componentes de la tercera fuerza deben ser de igual magnitud y signo opuesto de modo que todas las componentes sumen cero. Por lo tanto, $F_{3x} = -8.7$ N, $F_{3y} = -5.2$ N.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.4

"Peso de un objeto"

Es familiar la frase cotidiana "el peso de un objeto". Sin embargo, el peso no es una propiedad inherente de un objeto; más bien, es una medida de la fuerza gravitacional entre el objeto y la Tierra (u otro planeta). Por lo tanto, el peso es una propiedad de un *sistema* de artículos: el objeto y la Tierra.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.5

El kilogramo no es una unidad de peso

Es posible que haya visto la "conversión" 1 kg = 2.2 lb. A pesar de las afirmaciones populares de peso expresadas en kilogramos, el kilogramo no es una unidad de *peso*, es una unidad de *masa*. El enunciado de conversión no es una igualdad; es una *equivalencia* que es válida sólo en la superficie de la Tierra.

5.5 Fuerza gravitacional y peso

Todos los objetos son atraídos hacia la Tierra. La fuerza de atracción que ejerce la Tierra sobre un objeto se llama **fuerza gravitacional** $\vec{\mathbf{F}}_g$. Esta fuerza se dirige hacia el centro de la Tierra[3] y su magnitud se llama **peso** del objeto.

En la sección 2.6 se vio que un objeto en caída libre experimenta una aceleración $\vec{\mathbf{g}}$ que actúa hacia el centro de la Tierra. Al aplicar la segunda ley de Newton $\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ a un objeto en caída libre de masa m, con $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{g}}$ y $\sum \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_g$ se obtiene

$$\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$$

Por lo tanto, el peso de un objeto, al definirse como la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_g$ es igual a mg:

$$F_g = mg \tag{5.6}$$

Puesto que depende de g, el peso varía con la ubicación geográfica. Dado que g disminuye a medida que crece la distancia al centro de la Tierra, los objetos pesan menos a mayores altitudes que a nivel del mar. Por ejemplo, un bloque de ladrillos de 1 000 kg utilizado en la construcción del Empire State en Nueva York pesaba 9 800 N a nivel de la calle, pero pesaba alrededor de 1 N menos cuando se levantó del nivel de la acera hasta lo alto del edificio. Como otro ejemplo, suponga que un estudiante tiene una masa de 70.0 kg. El peso del estudiante en una ubicación donde $g = 9.80$ m/s^2 es 686 N (aproximadamente 150 lb). Sin embargo, en lo alto de una montaña, donde $g = 9.77$ m/s^2, el

[3] Este enunciado ignora que la distribución de masa de la Tierra no es perfectamente esférica.

peso del estudiante sólo es 684 N. En tal caso, si quiere perder peso sin someterse a dieta, ¡ascienda una montaña o pésese a 30 000 ft durante el vuelo de un avión!

La ecuación 5.6 cuantifica la fuerza gravitacional sobre el objeto, pero advierta que esta ecuación no requiere que el objeto se mueva. Incluso para un objeto fijo o para un objeto sobre el que actúan varias fuerzas, la ecuación 5.6 se puede aplicar para calcular la magnitud de la fuerza gravitacional. El resultado es un cambio sutil en la interpretación de m en la ecuación. La masa m en la ecuación 5.6 establece la intensidad de la atracción gravitacional entre el objeto y la Tierra. Este papel es por completo diferente del descrito antes para la masa: medir la resistencia al cambio en movimiento como respuesta a una fuerza externa. Por ende, la m en la ecuación 5.6 se llama **masa gravitacional**. Aun cuando esta cantidad sea diferente en comportamiento de la masa inercial, una de las conclusiones experimentales de la dinámica newtoniana es que la masa gravitacional y la masa inercial tienen el mismo valor.

Aunque esta discusión se enfocó en la fuerza gravitacional sobre un objeto debida a la Tierra, el concepto generalmente es válido en cualquier planeta. El valor de g variará de un planeta a otro, pero la magnitud de la fuerza gravitacional siempre será conocida por el valor de mg.


NASA

La unidad de sustentación de vida que lleva en la espalda el astronauta Edwin Aldrin pesaba 300 lb en la Tierra. Durante su entrenamiento, usó una mochila de 50 lb. Aunque esta estrategia simuló efectivamente el peso reducido que la unidad tendría en la Luna, no imitó correctamente la masa invariable. Fue difícil acelerar la unidad (acaso al saltar o dar vuelta súbitamente) en la Luna como en la Tierra.

Pregunta rápida 5.4 Suponga que habla por un teléfono interplanetario a un amigo que vive en la Luna. Él le dice que acaba de ganar un newton de oro en un concurso. Con excitación, ¡usted le dice que entró a la versión terrícola del mismo concurso y que también ganó un newton de oro! ¿Quién es más rico? a) Usted. b) Su amigo. c) Ambos son igualmente ricos.

EJEMPLO CONCEPTUAL 5.2 **¿Cuánto pesa en un elevador?**

Es muy que probable que usted haya estado en un elevador que acelera hacia arriba mientras se mueve a pisos superiores. En este caso, se siente más pesado. De hecho, si se para en una báscula en ese momento, la báscula mide una fuerza que tiene una magnitud mayor que su peso. Por lo tanto, tiene evidencia sensorial y medida que lo lleva a creer que es más pesado en esta situación. ¿*Es usted* más pesado?

SOLUCIÓN

No; su peso no cambia. Sus experiencias se deben al hecho de que está en un marco de referencia no inercial. Para proporcionar la aceleración ascendente, el suelo o la báscula deben ejercer sobre sus pies una fuerza hacia arriba que sea mayor en magnitud que su peso. Esta fuerza más grande que siente es la que interpreta como sentirse más pesado. La báscula lee esta fuerza ascendente, no su peso, y por eso su lectura aumenta.

5.6 Tercera ley de Newton

Si usted presiona contra una esquina de este libro con la yema de los dedos, el libro lo empuja de vuelta y forma una pequeña marca en su piel. Si empuja más fuerte, el libro hace lo mismo y la marca en su piel es un poco más profunda. Esta simple actividad ilustra que las fuerzas son *interacciones* entre dos objetos: cuando su dedo empuja sobre el libro, el libro empuja de vuelta sobre su dedo. Este importante principio se conoce como **tercera ley de Newton**:

◀ Tercera ley de Newton

Si dos objetos interactúan, la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ que ejerce el objeto 1 sobre el objeto 2 es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ que ejerce el objeto 2 sobre el objeto 1:

$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = -\vec{\mathbf{F}}_{21} \tag{5.7}$$

Cuando sea importante designar fuerzas como interacciones entre dos objetos, se usará esta notación de subíndices, donde $\vec{\mathbf{F}}_{ab}$ significa "la fuerza que se ejerce *por* a *sobre* b": la tercera ley se ilustra en la figura 5.5a. La fuerza que el objeto 1 ejerce sobre el objeto 2 se llama popularmente *fuerza de acción*, y la fuerza del objeto 2 sobre el objeto 1 se llama

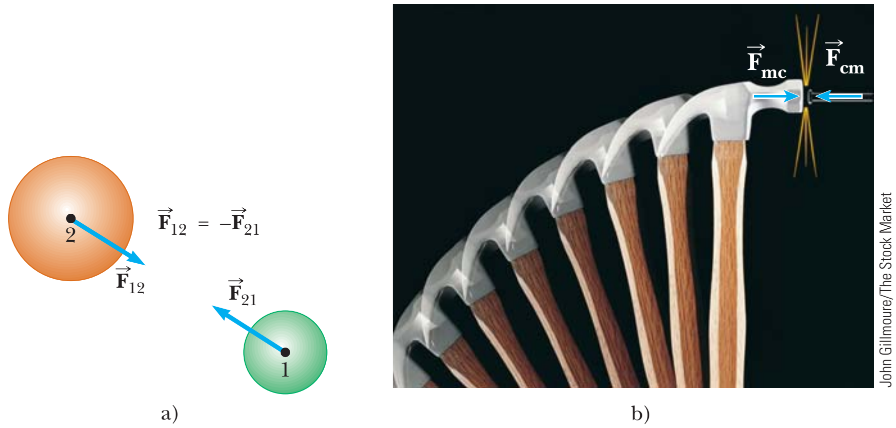


Figura 5.5 Tercera ley de Newton. a) La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ que ejerce el objeto 1 sobre el objeto 2 es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ que ejerce el objeto 2 sobre el objeto 1. b) La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{mc}$ que ejerce el martillo sobre el clavo es igual en magnitud y opuesta a la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{cm}$ que ejerce el clavo sobre el martillo.

fuerza de reacción. Estos términos en cursivas no son términos científicos; además, cualquier fuerza se puede etiquetar como fuerza de acción o reacción. Estos términos se usarán por conveniencia. **En todos los casos, las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos *diferentes* y deben ser del mismo tipo (gravitacional, eléctrica, etcétera).** Por ejemplo, la fuerza que actúa sobre un proyectil en caída libre es la fuerza gravitacional que ejerce la Tierra sobre el proyectil $\vec{\mathbf{F}}_g = \vec{\mathbf{F}}_{Tp}$ (T = Tierra, p = proyectil), y la magnitud de esta fuerza es mg. La reacción a esta fuerza es la fuerza gravitacional que ejerce el proyectil sobre la Tierra $\vec{\mathbf{F}}_{pE} = -\vec{\mathbf{F}}_{Tp}$. La fuerza de reacción $\vec{\mathbf{F}}_{pT}$ debe acelerar a la Tierra hacia el proyectil tal como la fuerza de acción $\vec{\mathbf{F}}_{Tp}$ acelera al proyectil hacia la Tierra. No obstante, puesto que la Tierra tiene una masa tan grande, su aceleración debida a esta fuerza de reacción es despreciablemente pequeña.

Otro ejemplo de la tercera ley de Newton se muestra en la figura 5.5b. La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{mc}$ que ejerce el martillo sobre el clavo es igual en magnitud y opuesta a la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{cm}$ que ejerce el clavo sobre el martillo. Esta última fuerza detiene el movimiento hacia adelante del martillo cuando golpea el clavo.

Considere un monitor de computadora en reposo sobre una mesa, como en la figura 5.6a. La fuerza de reacción a la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = \vec{\mathbf{F}}_{Tm}$ sobre el monitor es la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{mT} = -\vec{\mathbf{F}}_{Tm}$ que ejerce el monitor sobre la Tierra. El monitor no acelera porque lo sostiene la mesa. La mesa ejerce sobre el monitor una fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{F}}_{mm}$ llamada **fuerza normal**.[4] Esta fuerza, que evita que el monitor caiga a través de la mesa, puede tener cualquier valor necesario, hasta el punto de romper la mesa. Puesto que el monitor tiene aceleración cero, la segunda ley de Newton aplicada al monitor produce $\sum \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{n}} + m\vec{\mathbf{g}} = 0$, de modo que $n\hat{\mathbf{j}} - mg\hat{\mathbf{j}} = 0$, o $n = mg$. La fuerza normal equilibra la fuerza gravitacional sobre el monitor, de modo que la fuerza neta sobre el monitor es cero. La fuerza de reacción a $\vec{\mathbf{n}}$ es la fuerza que ejerce el monitor hacia abajo sobre la mesa, $\vec{\mathbf{F}}_{mm} = -\vec{\mathbf{F}}_{mm} = -\vec{\mathbf{n}}$.

Fuerza normal ▶

Observe que las fuerzas que actúan sobre el monitor son $\vec{\mathbf{F}}_g$ y $\vec{\mathbf{n}}$, como se muestra en la figura 5.6b. Las dos fuerzas $\vec{\mathbf{F}}_{mT}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{mm}$ se ejercen sobre objetos distintos del monitor.

La figura 5.6 ilustra un paso de suma importancia en la resolución de problemas que involucran fuerzas. La figura 5.6a muestra muchas de las fuerzas actuantes en la situación: las que actúan sobre el monitor, una que actúa sobre la mesa y otra que actúa sobre la Tierra. La figura 5.6b, en contraste, muestra sólo las fuerzas que actúan sobre *un objeto*, el monitor. Esta importante representación pictórica de la figura 5.6b se llama **diagrama de cuerpo libre**. Cuando se analiza un objeto sujeto a fuerzas, se tiene interés en la fuerza neta que actúa sobre un objeto, que se representarán como partícula. En consecuencia, un diagrama de cuerpo libre ayuda a aislar sólo aquellas fuerzas sobre el objeto y elimina

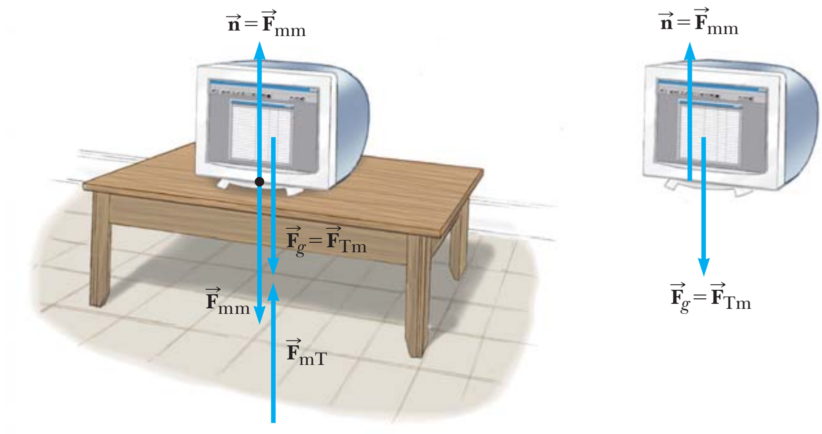
PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.6
n no siempre es igual a *mg*

En la situación que se muestra en la figura 5.6 y en muchas otras, se encuentra que $n = mg$ (la fuerza normal tiene la misma magnitud que la fuerza gravitacional). Sin embargo, este resultado generalmente *no* es cierto. Si un objeto está en un plano inclinado, si hay fuerzas aplicadas con componentes verticales o si hay una aceleración vertical del sistema, por lo tanto $n \neq mg$. *Siempre* aplique la segunda ley de Newton para encontrar la relación entre n y mg.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.7
Tercera ley de Newton

Recuerde que las fuerzas de acción y reacción de la tercera ley de Newton actúan sobre objetos *diferentes*. Por ejemplo, en la figura 5.6, $\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{F}}_{mm} = -m\vec{\mathbf{g}} = -\vec{\mathbf{F}}_{Tm}$. Las fuerzas $\vec{\mathbf{n}}$ y $m\vec{\mathbf{g}}$ son iguales en magnitud y opuestas en dirección, pero no representan un par acción-reacción porque ambas fuerzas actúan sobre el *mismo* objeto, el monitor.

[4] *Normal* en este contexto significa *perpendicular*.



a) b)

Figura 5.6 a) Cuando un monitor de computadora está en reposo sobre una mesa, las fuerzas que actúan sobre el monitor son la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g$. La reacción a $\vec{\mathbf{n}}$ es la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{mm}}$ que ejerce el monitor sobre la mesa. La reacción a $\vec{\mathbf{F}}_g$ es la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{Tm}}$ que ejerce el monitor sobre la Tierra. b) Diagrama de cuerpo libre para el monitor.

las otras fuerzas del análisis. Es posible simplificar este diagrama todavía más al representar el objeto (como el monitor) como una partícula al dibujar simplemente un punto.

Pregunta rápida 5.5 **i)** Si una mosca choca contra el parabrisas de un autobús moviéndose rápidamente, ¿cuál de los dos experimenta una fuerza de impacto con mayor magnitud? a) La mosca. b) El autobús. c) Ambos experimentan la misma fuerza. **ii)** ¿Cuál de los dos experimenta mayor aceleración? a) La mosca. b) El autobús. c) Ambos experimentan la misma aceleración.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.8
Diagrama de cuerpo libre

La etapa *más importante* en la resolución de un problema que utiliza las leyes de Newton es dibujar un bosquejo adecuado, el diagrama de cuerpo libre. Asegúrese de dibujar sólo aquellas fuerzas que actúan sobre el objeto que aísla. Dibuje *todas* las fuerzas que actúan sobre el objeto, incluida cualesquier fuerza de campo, como la fuerza gravitacional.

EJEMPLO CONCEPTUAL 5.3 Tú me empujas y yo te empujo

Un hombre grande y un niño pequeño están de pie, uno frente al otro sobre hielo sin fricción. Juntan sus manos y se empujan mutuamente de modo que se separan.

A) ¿Quién se aleja con mayor rapidez?

SOLUCIÓN

Esta situación es similar a la que se vio en la pregunta rápida 5.5. De acuerdo con la tercera ley de Newton, la fuerza que ejerce el hombre sobre el niño y la fuerza que ejerce el niño sobre el hombre son un par de fuerzas de la tercera ley, de modo que deben ser iguales en magnitud. (Una báscula colocada entre sus manos leería lo mismo, sin importar de cuál lado esté.) En consecuencia, el niño, que tiene la masa más pequeña, experimenta mayor aceleración. Ambos individuos aceleran durante la misma cantidad de tiempo, pero la mayor aceleración del niño en este intervalo de tiempo resulta en que su movimiento de alejamiento de la interacción es con mayor rapidez.

B) ¿Quién se aleja más mientras sus manos están en contacto?

SOLUCIÓN

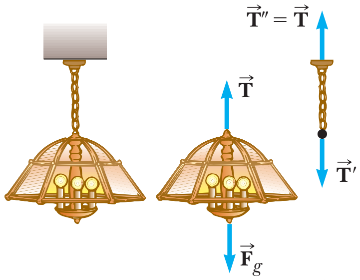
Puesto que el niño tiene la mayor aceleración y en consecuencia la mayor velocidad promedio, se aleja más que el hombre durante el intervalo de tiempo mientras que sus manos están en contacto.

5.7 Algunas aplicaciones de las leyes de Newton

En esta sección se discuten dos modelos de análisis para resolver problemas en que los objetos están en equilibrio ($\vec{\mathbf{a}} = 0$) o aceleran a lo largo de una línea recta bajo la acción de fuerzas externas constantes. Recuerde que, **cuando las leyes de Newton se aplican a un objeto, se tiene interés sólo en las fuerzas externas que actúan sobre el objeto**. Si se representan los objetos como partículas, no necesita preocuparse por el movimiento rota-

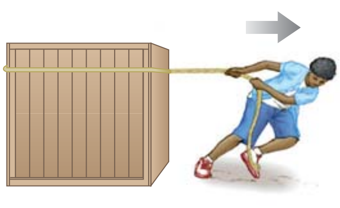
©John Elk III/Stock, Boston./PictureQuest

Los escaladores en reposo están en equilibrio y para su seguridad dependen de las fuerzas de tensión sobre las cuerdas.

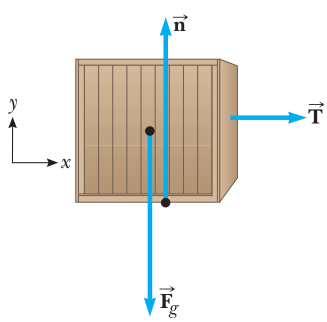


a) b) c)

Figura 5.7 a) Una lámpara suspendida del techo mediante una cadena de masa despreciable. b) Las fuerzas que actúan sobre la lámpara son la fuerza gravitacional $\vec{F}_g$ y la fuerza $\vec{T}$ que ejerce la cadena. c) Las fuerzas que actúan sobre la cadena son la fuerza $\vec{T}'$ que ejerce la lámpara y la fuerza $\vec{T}''$ que ejerce el techo.



a)



b)

Figura 5.8 a) Una caja que se jala hacia la derecha sobre una superficie sin fricción. b) Diagrama de cuerpo libre que representa las fuerzas externas que actúan sobre la caja.

cional. Por ahora, también se desprecian los efectos de la fricción en aquellos problemas que involucran movimiento, que es equivalente a afirmar que la superficie *no tiene fricción*. (La fuerza de fricción se discute en la sección 5.8.)

Por lo general se ignora la masa de cualquier soga, cuerda o cable involucrado. En esta aproximación, la magnitud de la fuerza que ejerce cualquier elemento de la soga sobre el elemento adyacente es la misma para todos los elementos a lo largo de la soga. En los enunciados de problema, los términos sinónimos *ligero* o *de masa despreciable* se usan para indicar que una masa se ignorará cuando trabaje los problemas. Cuando una soga unida a un objeto jala sobre el objeto, la soga ejerce una fuerza $\vec{T}$ sobre el objeto en una dirección que se aleja del objeto, paralela a la soga. La magnitud T de dicha fuerza se llama **tensión** en la soga. Puesto que es la magnitud de una cantidad vectorial, la tensión es una cantidad escalar.

Partícula en equilibrio

Si la aceleración de un objeto representado como partícula es cero, el objeto se considera con el modelo de **partícula en equilibrio**. En este modelo, la fuerza neta sobre el objeto es cero:

$$\sum \vec{F} = 0 \tag{5.8}$$

Considere una lámpara suspendida de una cadena ligera unida al techo, como en la figura 5.7a. El diagrama de cuerpo libre para la lámpara (figura 5.7b) muestra que las fuerzas que actúan sobre la lámpara son la fuerza gravitacional hacia abajo $\vec{F}_g$ y la fuerza hacia arriba $\vec{T}$ que ejerce la cadena. Puesto que no hay fuerzas en la dirección x, $\Sigma F_x = 0$ no proporciona información útil. La condición $\Sigma F_y = 0$ produce

$$\sum F_y = T - F_g = 0 \quad \text{o} \quad T = F_g$$

De nuevo, advierta que $\vec{T}$ y $\vec{F}_g$ *no* son un par acción–reacción porque actúan sobre el mismo objeto, la lámpara. La fuerza de reacción a $\vec{T}$ es $\vec{T}'$, la fuerza hacia abajo que ejerce la lámpara sobre la cadena, como se muestra en la figura 5.7c. Dado que la cadena es una partícula en equilibrio, el techo debe ejercer sobre la cadena una fuerza $\vec{T}''$ que es igual en magnitud a la magnitud de $\vec{T}'$ y apunta en la dirección opuesta.

Partícula bajo una fuerza neta

Si un objeto experimenta una aceleración, su movimiento se puede analizar con el modelo de **partícula bajo una fuerza neta**. La ecuación apropiada para este modelo es la segunda ley de Newton, ecuación 5.2. Considere una caja que se jala hacia la derecha sobre una superficie horizontal sin fricción, como en la figura 5.8a. Suponga que quiere encontrar la aceleración de la caja y la fuerza que el suelo ejerce sobre ella. Las fuerzas que actúan sobre la caja se ilustran en el diagrama de cuerpo libre de la figura 5.8b. Note que la fuerza horizontal $\vec{T}$ que se aplica a la caja actúa a través de la soga. La magnitud de $\vec{T}$ es igual a la tensión en la soga. Además de la fuerza $\vec{T}$, el diagrama de cuerpo libre para la caja incluye la fuerza gravitacional $\vec{F}_g$ y la fuerza normal $\vec{n}$ que ejerce el suelo sobre la caja.

Ahora se puede aplicar la segunda ley de Newton en forma de componentes para la caja. La única fuerza que actúa en la dirección x es $\vec{T}$. Al aplicar $\Sigma F_x = ma_x$ al movimiento horizontal se obtiene

$$\sum F_x = T = ma_x \quad \text{o} \quad a_x = \frac{T}{m}$$

En la dirección y no se presenta aceleración porque la caja sólo se mueve horizontalmente. En consecuencia, se usa el modelo de partícula en equilibrio en la dirección y. Al aplicar la componente y de la ecuación 5.8 se produce

$$\sum F_y = n + (-F_g) = 0 \quad \text{o} \quad n = F_g$$

Esto es, la fuerza normal tiene la misma magnitud que la fuerza gravitacional pero actúa en la dirección opuesta.

Si $\vec{\mathbf{T}}$ es una fuerza constante, la aceleración $a_x = T/m$ también es constante. Por tanto, la caja también se representa como una partícula bajo aceleración constante en la dirección x, y se puede aplicar la ecuación de cinemática del capítulo 2 para obtener la posición x y velocidad v_x de la caja como funciones del tiempo.

En la situación recién descrita, la magnitud de la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ es igual a la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_g$, pero esto no siempre es el caso. Por ejemplo, suponga que un libro se encuentra sobre una mesa y usted empuja hacia abajo sobre el libro con una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$, como en la figura 5.9. Ya que el libro está en reposo y debido a eso no acelera, $\sum F_y = 0$, lo que da $n - F_g - F = 0$ o $n = F_g + F$. En esta situación, la fuerza normal es *mayor* que la fuerza gravitacional. Más adelante se presentan otros ejemplos en los que $n \neq F_g$.

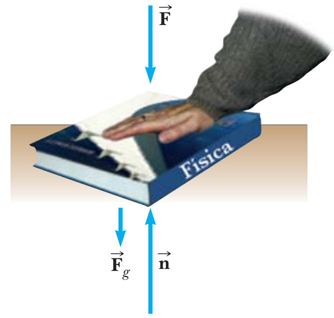


Figura 5.9 Cuando una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ empuja verticalmente hacia abajo sobre otro objeto, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ sobre el objeto es mayor que la fuerza gravitacional: $n = F_g + F$.

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS **Aplicación de las leyes de Newton**

Se propone el procedimiento que sigue cuando se relaciona con problemas que involucran leyes de Newton:

1. *Conceptualizar*. Dibuje un diagrama simple y nítido del sistema. El diagrama ayuda a constituir la representación mental. Para cada objeto en el sistema establecer ejes coordenados convenientes.
2. *Categorizar*. Si un componente de aceleración para un objeto es cero, el objeto se representa como una partícula en equilibrio en esta dirección y $\sum F = 0$. Si no, el objeto se representa como una partícula bajo una fuerza neta en esta dirección y $\sum F = ma$.
3. *Analizar*. Aísle el objeto cuyo movimiento se analizará. Dibuje un diagrama de cuerpo libre para este objeto. Para sistemas que contengan más de un objeto, dibuje *por separado* diagramas de cuerpo libre para cada objeto. En el diagrama de cuerpo libre *no* incluya fuerzas que el objeto ejerce sobre su entorno.

   Encuentre las componentes de las fuerzas a lo largo de los ejes coordenados. Aplique el modelo apropiado de la etapa Categorizar para cada dirección. Compruebe sus dimensiones para asegurarse de que todos los términos tienen unidades de fuerza.

   Resuelva las ecuaciones por componentes para las incógnitas. Recuerde que debe tener tantas ecuaciones independientes como incógnitas para obtener una solución completa.
4. *Finalizar*. Confirme que sus resultados sean consistentes con el diagrama de cuerpo libre. También compruebe las predicciones de sus soluciones para valores extremos de las variables. Al hacerlo, con frecuencia puede detectar errores en sus resultados.

EJEMPLO 5.4 **Un semáforo en reposo**

Un semáforo que pesa 122 N cuelga de un cable unido a otros dos cables sostenidos a un soporte como en la figura 5.10a. Los cables superiores forman ángulos de 37.0° y 53.0° con la horizontal. Estos cables superiores no son tan fuertes como el cable vertical y se romperán si la tensión en ellos supera los 100 N. ¿El semáforo permanecerá colgado en esta situación, o alguno de los cables se romperá?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Examine el dibujo de la figura 5.10a. Suponga que los cables no se rompen y que nada se mueve.

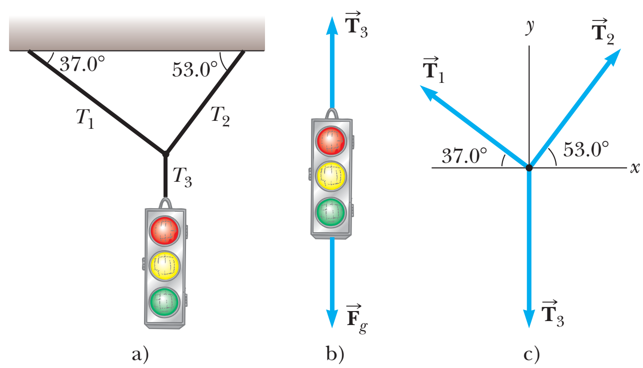


Figura 5.10 (Ejemplo 5.4) a) Un semáforo suspendido por cables. b) Diagrama de cuerpo libre del semáforo. c) Diagrama de cuerpo libre del nudo donde se juntan los tres cables.

Categorizar Si nada se mueve, ninguna parte del sistema acelera. Ahora puede representar el semáforo como una partícula en equilibrio sobre la que se ejerce una fuerza neta de cero. De igual modo, la fuerza neta sobre el nudo (figura 5.10c) es cero.

Analizar Construya dos diagramas de cuerpo libre: uno para el semáforo, que se muestra en la figura 5.10b, y otro para el nudo que mantiene juntos los tres cables, que se muestra en la figura 5.10c. Este nudo es un objeto conveniente a elegir porque todas las fuerzas de interés actúan a lo largo de líneas que pasan a través del nudo.

Aplique la ecuación 5.8 para el semáforo en la dirección y:

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad T_3 - F_g = 0$$

$$T_3 = F_g = 122 \text{ N}$$

Elija los ejes coordenados como se muestra en la figura 5.10c y descomponer en sus componentes las fuerzas que actúan en el nudo:

Fuerza	Componente x	Componente y
$\vec{\mathbf{T}}_1$	$-T_1 \cos 37.0°$	$T_1 \text{ sen } 37.0°$
$\vec{\mathbf{T}}_2$	$T_2 \cos 53.0°$	$T_2 \text{ sen } 53.0°$
$\vec{\mathbf{T}}_3$	0	-122 N

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al nudo:

$$1) \quad \sum F_x = -T_1 \cos 37.0° + T_2 \cos 53.0° = 0$$

$$2) \quad \sum F_y = T_1 \text{ sen } 37.0° + T_2 \text{ sen } 53.0° + (-122 \text{ N}) = 0$$

La ecuación 1) muestra que las componentes horizontales de $\vec{\mathbf{T}}_1$ y $\vec{\mathbf{T}}_2$ deben ser iguales en magnitud, y la ecuación 2) indica que la suma de las componentes verticales de $\vec{\mathbf{T}}_1$ y $\vec{\mathbf{T}}_2$ deben equilibrar la fuerza hacia abajo $\vec{\mathbf{T}}_3$, que es igual en magnitud al peso del semáforo.

Resuelva la ecuación 1) para T_2 en términos de T_1:

$$3) \quad T_2 = T_1\left(\frac{\cos 37.0°}{\cos 53.0°}\right) = 1.33T_1$$

Sustituya este valor para T_2 en la ecuación 2):

$$T_1 \text{ sen } 37.0° + (1.33T_1)(\text{sen } 53.0°) - 122 \text{ N} = 0$$

$$T_1 = 73.4 \text{ N}$$

$$T_2 = 1.33T_1 = 97.4 \text{ N}$$

Ambos valores son menores que 100 N (apenas para T_2), de modo que los cables no se romperán.

Finalizar Finalice este problema al imaginar un cambio en el sistema, como el siguiente **¿Qué pasaría si?**

¿Qué pasaría si? Suponga que los dos ángulos de la figura 5.10a son iguales. ¿Cuál sería la correspondencia entre T_1 y T_2?

Respuesta Se puede argumentar a partir de la simetría del problema que las dos tensiones T_1 y T_2 serían iguales entre sí. Matemáticamente, si los ángulos iguales se llaman θ, la ecuación 3) se convierte en

$$T_2 = T_1\left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta}\right) = T_1$$

que también dice que las tensiones son iguales. Sin saber el valor específico de θ, no se pueden encontrar los valores de T_1 y T_2. Sin embargo, las tensiones serán iguales entre sí, sin importar el valor de θ.

EJEMPLO CONCEPTUAL 5.5 Fuerzas entre vagones en un tren

Los vagones de tren se conectan mediante *enganches*, que están bajo tensión conforme la locomotora jala el tren. Imagine que usted está en un tren que aumenta velocidad con aceleración constante. A medida que se mueve a lo largo del tren desde la locomotora hacia el último vagón, midiendo la tensión en cada conjunto de enganches, ¿la tensión aumenta, disminuye o permanece igual? Cuando el ingeniero aplica los frenos, los enganches están bajo compresión. ¿Cómo varía esta fuerza de compresión desde la locomotora hasta el último vagón? (Suponga que sólo se aplican los frenos en las ruedas de la máquina.)

SOLUCIÓN

Conforme el tren aumenta la velocidad, la tensión disminuye desde el frente del tren hasta la parte trasera. El enganche entre la locomotora y el primer vagón debe aplicar suficiente fuerza para acelerar el resto de los vagones. A medida que se mueve a lo largo del tren, cada enganche acelera menos masa detrás de él. El último enganche tiene que acelerar sólo al último vagón y por lo tanto está bajo menos tensión. Cuando se aplican los frenos, la fuerza nuevamente disminuye desde el frente a la parte trasera. El enganche que conecta la locomotora con el primer vagón debe aplicar una gran fuerza para frenar el resto de los vagones, pero el enganche final debe aplicar una fuerza suficientemente grande para frenar sólo al último vagón.

EJEMPLO 5.6 El auto que escapa

Un automóvil de masa m está sobre un camino cubierto con hielo inclinada en un ángulo θ, como en la figura 5.11a.

A) Encuentre la aceleración del automóvil, si supone que la pista no tiene fricción.

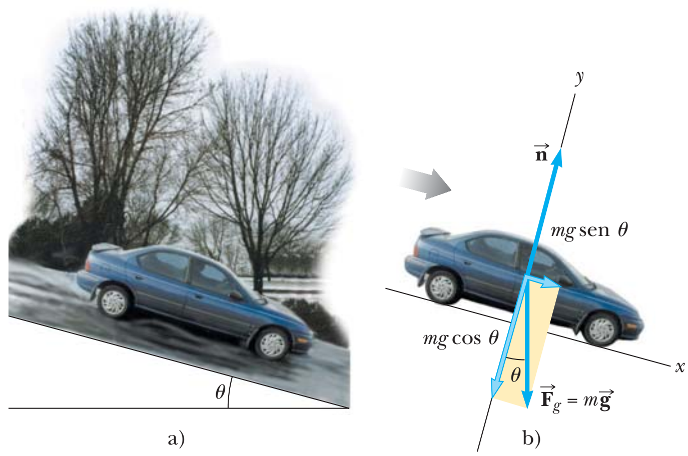


Figura 5.11 (Ejemplo 5.6) a) Un automóvil de masa m sobre un plano inclinado sin fricción. b) Diagrama de cuerpo libre para el automóvil.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Use la figura 5.11a para formar ideas de la situación. A partir de la experiencia cotidiana, se sabe que un automóvil sobre un plano inclinado cubierto con hielo acelerará hacia abajo por el plano. (Lo mismo le sucede a un automóvil sin frenos en una colina.)

Categorizar El automóvil se clasifica como una partícula bajo una fuerza neta. Además, este problema pertenece a una categoría de problemas muy común en la que un objeto se mueve bajo la influencia de la gravedad sobre un plano inclinado.

Analizar La figura 5.11b muestra el diagrama de cuerpo libre del automóvil. Las únicas fuerzas que actúan sobre el automóvil son la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ que ejerce el plano inclinado, que actúa perpendicular al plano, y la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$, que actúa verticalmente hacia abajo. Para problemas que involucran planos inclinados, es conveniente elegir los ejes coordenados con x a lo largo del plano y y perpendicular a él, como en la figura 5.11b. (Es posible, aunque inconveniente, resolver el problema con ejes horizontal y vertical “normal”. Tal vez quiera intentarlo, sólo para practicar.) Con estos ejes, represente la fuerza gravitacional mediante una componente de magnitud mg sen θ a lo largo del eje x positivo y otra de magnitud $mg\cos\theta$ a lo largo del eje y negativo.

Al aplicar la segunda ley de Newton al automóvil en forma de componentes, y notar que $a_y = 0$:

1) $\sum F_x = mg \operatorname{sen} \theta = ma_x$

2) $\sum F_y = n - mg\cos\theta = 0$

Resuelva la ecuación 1) para a_x:

3) $a_x = \boxed{g \operatorname{sen} \theta}$

Finalizar La elección de ejes que resulta en el automóvil se representa como una partícula bajo una fuerza neta en la dirección x y una partícula en equilibrio en la dirección y. Además, ¡la componente aceleración a_x es independiente de la masa del automóvil! Sólo depende del ángulo de inclinación y de g.

De la ecuación 2) se concluye que la componente de $\vec{\mathbf{F}}_g$ perpendicular al plano se equilibra mediante la fuerza normal; esto es, $n = mg\cos\theta$. Esta situación es otro caso en el que la fuerza normal *no* es igual en magnitud al peso del objeto.

B) Considere que el automóvil se libera desde el reposo en lo alto del plano y que la distancia desde la defensa frontal del automóvil hasta el fondo del plano inclinado es d. ¿Cuánto tarda la defensa frontal en llegar al fondo de la colina, y cuál es la rapidez del automóvil cuando llega ahí?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que el automóvil se desliza por la colina y que usa un cronómetro para medir todo el intervalo de tiempo hasta que llega al fondo.

Categorizar Esta parte del problema pertenece a cinemática más que a dinámica, y la ecuación 3) muestra que la aceleración a_x es constante. Por lo tanto, debe clasificar al automóvil en este inciso del problema como una partícula bajo aceleración constante.

Analizar Al definir la posición inicial de la defensa frontal como $x_i = 0$ y su posición final como $x_f = d$, y reconocer que $v_{xi} = 0$, aplique la ecuación 2.16, $x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$:

$$d = \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

Resuelva para t:

$$4) \quad t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \boxed{\sqrt{\frac{2d}{g \operatorname{sen} \theta}}}$$

Aplique la ecuación 2.17, con $v_{xi} = 0$ para encontrar la velocidad final del automóvil:

$$v_{xf}^{\,2} = 2a_x d$$

$$5) \quad v_{xf} = \sqrt{2a_x d} = \boxed{\sqrt{2gd \operatorname{sen} \theta}}$$

Finalizar De las ecuaciones 4) y 5) se ve que el tiempo t al que el automóvil alcanza el fondo y su rapidez final v_{xf} son independientes de la masa del automóvil, como lo fue su aceleración. Note que, en este ejemplo, se combinaron técnicas del capítulo 2 con nuevas técnicas de este capítulo. A medida que aprenda más técnicas en capítulos posteriores, este proceso de combinar información proveniente de varias partes del libro ocurrirá con más frecuencia. En estos casos, use la *Estrategia general para resolver problemas* para auxiliarse a identificar qué modelos de análisis necesitará.

¿Qué pasaría si? ¿En qué problema resuelto anteriormente se convierte esta situación si $\theta = 90°$?

Respuesta Imagine que θ va a 90° en la figura 5.11. El plano inclinado se vuelve vertical, ¡y el automóvil es un objeto en caída libre! La ecuación 3) se convierte en

$$a_x = g \operatorname{sen} \theta = g \operatorname{sen} 90° = g$$

que de hecho es la aceleración de caída libre. (Se encuentra $a_x = g$ en lugar de $a_x = -g$ porque la x positiva se eligió hacia abajo en la figura 5.11.) Note también que la condición $n = mg \cos \theta$ produce $n = mg \cos 90° = 0$. Esto es consistente con el automóvil que cae *junto al* plano vertical, en cuyo caso no hay fuerza de contacto entre el automóvil y el plano.

EJEMPLO 5.7 Un bloque empuja a otro

Dos bloques de masas m_1 y m_2, con $m_1 > m_2$, se colocan en contacto mutuo sobre una superficie horizontal sin fricción, como en la figura 5.12a. Una fuerza horizontal constante $\vec{\mathbf{F}}$ se aplica a m_1 como se muestra.

A) Encuentre la magnitud de la aceleración del sistema.

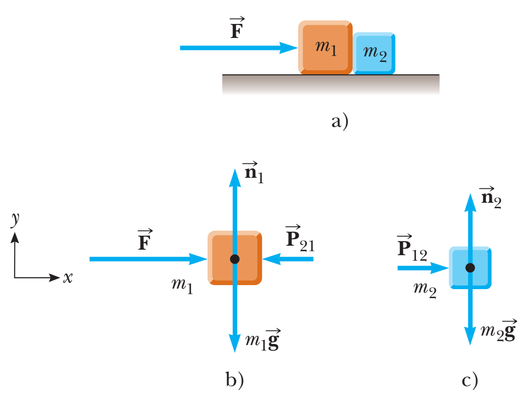


Figura 5.12 (Ejemplo 5.7). a) Se aplica una fuerza se a un bloque de masa m_1, que empuja a un segundo bloque de masa m_2. b) Diagrama de cuerpo libre para m_1. c) Diagrama de cuerpo libre para m_2.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Elabore ideas de la situación mediante la figura 5.12a y observe que ambos bloques deben experimentar la *misma* aceleración porque están en contacto mutuo y permanecen en contacto por todo el movimiento.

Categorizar Este problema se clasifica como una partícula bajo una fuerza neta porque se aplica una fuerza a un sistema de bloques y se busca la aceleración del sistema.

Analizar Primero represente la combinación de los dos bloques como una sola partícula. Aplique la segunda ley de Newton a la combinación:

$$\sum F_x = F = (m_1 + m_2)a_x$$

$$1) \quad a_x = \boxed{\frac{F}{m_1 + m_2}}$$

Finalizar La aceleración conocida por la ecuación 1) es la misma que la de un solo objeto de masa $m_1 + m_2$ y sometida a la misma fuerza.

B) Determine la magnitud de la fuerza de contacto entre los dos bloques.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La fuerza de contacto es interna al sistema de los dos bloques. Por lo tanto, no es posible hallar la fuerza al representar el sistema como un todo (los dos bloques) en una sola partícula.

Categorizar Considere ahora cada uno de los dos bloques de manera individual al clasificar cada uno como una partícula bajo una fuerza neta.

Analizar Construya primero un diagrama de cuerpo libre para cada bloque, como se muestra en las figuras 5.12b y 5.12c, donde la fuerza de contacto se denota $\vec{\mathbf{P}}$. A partir de la figura 5.12c se ve que la única fuerza horizontal que actúa sobre m_2 es la fuerza de contacto $\vec{\mathbf{P}}_{12}$ (la fuerza que ejerce m_1 sobre m_2), que se dirige hacia la derecha.

Aplique la segunda ley de Newton a m_2:

$$2)\quad \sum F_x = P_{12} = m_2 a_x$$

Sustituya el valor de la aceleración a_x que proporciona la ecuación 1) en la ecuación 2):

$$3)\quad P_{12} = m_2 a_x = \boxed{\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)F}$$

Finalizar Este resultado muestra que la fuerza de contacto P_{12} es *menor* que la fuerza aplicada F. La fuerza que se requiere para acelerar el bloque 2 debe ser menor que la fuerza requerida para producir la misma aceleración para el sistema de dos bloques.

Para finalizar, compruebe esta expresión para P_{12} al considerar las fuerzas que actúan sobre m_1, que se muestran en la figura 5.12b. Las fuerzas que actúan horizontales sobre m_1 son la fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ hacia la derecha y la fuerza de contacto $\vec{\mathbf{P}}_{21}$ hacia la izquierda (la fuerza que ejerce m_2 sobre m_1). A partir de la tercera ley de Newton, $\vec{\mathbf{P}}_{21}$ es la fuerza de reacción a $\vec{\mathbf{P}}_{12}$, de modo que $P_{21} = P_{12}$.

Aplique la segunda ley de Newton a m_1:

$$4)\quad \sum F_x = F - P_{21} = F - P_{12} = m_1 a_x$$

Resuelva para P_{12} y sustituya el valor de a_x de la ecuación 1):

$$P_{12} = F - m_1 a_x = F - m_1\left(\frac{F}{m_1 + m_2}\right) = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)F$$

Este resultado concuerda con la ecuación 3), como debe ser.

¿Qué pasaría si? Imagine que la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ en la figura 5.12 se aplica hacia la izquierda en el bloque derecho de masa m_2. ¿La magnitud de la fuerza $\vec{\mathbf{P}}_{12}$ es la misma que cuando la fuerza se aplicó hacia la derecha sobre m_1?

Respuesta Cuando la fuerza se aplica hacia la izquierda sobre m_2, la fuerza de contacto debe acelerar m_1. En la situación original, la fuerza de contacto acelera m_2. Puesto que $m_1 > m_2$, se requiere más fuerza, de modo que la magnitud de $\vec{\mathbf{P}}_{12}$ es mayor que en la situación original.

EJEMPLO 5.8 Peso de un pescado en un elevador

Una persona pesa un pescado de masa m en una balanza de resorte unida al techo de un elevador, como se ilustra en la figura 5.13.

A) Muestre que, si el elevador acelera ya sea hacia arriba o hacia abajo, la balanza de resorte da una lectura que es diferente del peso del pescado.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La lectura en la balanza se relaciona con la extensión del resorte en la balanza, que depende de la fuerza en el extremo del resorte, como en la figura 5.2. Imagine que el pescado cuelga de una cuerda unida al extremo del resorte. En este caso, la magnitud de la fuerza que se ejerce sobre el resorte es igual a la tensión T en la cuerda.

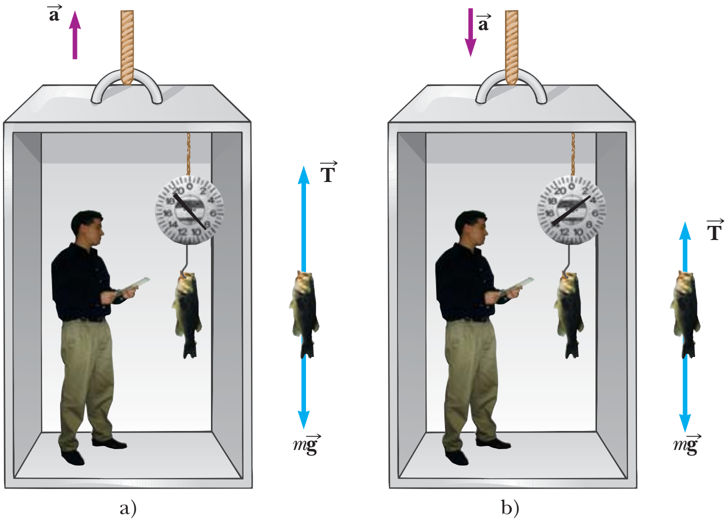


Figura 5.13 (Ejemplo 5.8) Peso aparente contra peso real. a) Cuando el elevador acelera hacia arriba, la lectura en la balanza de resorte proporciona un valor mayor que el peso del pescado. b) Cuando el elevador acelera hacia abajo, la lectura en la balanza de resorte proporciona un valor menor que el peso del pescado.

Por lo tanto, se busca T. La fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ jala hacia abajo en la cuerda y hacia arriba en el pescado.

Categorizar Este problema se clasifica al considerar al pescado como una partícula bajo una fuerza neta.

Analizar Inspeccione los diagramas de cuerpo libre para el pescado en la figura 5.13 y advierta que las fuerzas externas que actúan sobre el pescado son la fuerza gravitacional hacia abajo $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ y la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cuerda. Si el elevador está en reposo o moviéndose con velocidad constante, el pescado es una partícula en equilibrio, de modo que $\sum F_y = T - F_g = 0$ o $T = F_g = mg$. (Recuerde que el escalar mg es el peso del pescado.)

Ahora suponga que el elevador se mueve con una aceleración $\vec{\mathbf{a}}$ en relación con un observador que está de pie afuera del elevador en un marco inercial (véase la figura 5.13). Ahora el pescado es una partícula bajo una fuerza neta.

Aplique la segunda ley de Newton al pescado:

$$\sum F_y = T - mg = ma_y$$

Resuelva para T:

$$1)\quad T = ma_y + mg = mg\left(\frac{a_y}{g} + 1\right) = F_g\left(\frac{a_y}{g} + 1\right)$$

donde se eligió hacia arriba como la dirección y positiva. Se concluye de la ecuación 1) que la lectura en la balanza de T es mayor que el peso del pescado mg si $\vec{\mathbf{a}}$ es hacia arriba, de modo que a_y es positiva, y que la lectura es menor que mg si $\vec{\mathbf{a}}$ es hacia abajo, de modo que a_y es negativa.

B) Evalúe las lecturas en la balanza para un pescado de 40.0 N si el elevador se traslada con una aceleración $a_y = \pm 2.00\ \text{m/s}^2$.

Evalúe la lectura en la balanza a partir de la ecuación 1) si $\vec{\mathbf{a}}$ es hacia arriba:

$$T = (40.0\ \text{N})\left(\frac{2.00\ \text{m/s}^2}{9.80\ \text{m/s}^2} + 1\right) = \boxed{48.2\ \text{N}}$$

Evalúe la lectura en la balanza a partir de la ecuación 1) si $\vec{\mathbf{a}}$ es hacia abajo:

$$T = (40.0\ \text{N})\left(\frac{-2.00\ \text{m/s}^2}{9.80\ \text{m/s}^2} + 1\right) = \boxed{31.8\ \text{N}}$$

Finalizar Considere esta opinión: si compra un pescado en un elevador, ¡asegúrese de que el pescado se pesa mientras el elevador está en reposo o en aceleración hacia abajo! Además, note que, a partir de la información que se proporciona en este caso, uno no puede determinar la dirección de movimiento del elevador.

¿Qué pasaría si? Suponga que el cable del elevador se rompe y el elevador y su contenido están en caída libre. ¿Qué sucede con la lectura de la balanza?

Respuesta Si el elevador está en caída libre, su aceleración es $a_y = -g$. De la ecuación 1) se ve que la lectura de la balanza de T en este caso es cero; esto es; el pescado *parece* no tener peso.

EJEMPLO 5.9 La máquina de Atwood

Cuando dos objetos de masas distintas cuelgan verticalmente sobre una polea sin fricción de masa despreciable, como en la figura 5.14a, el dispositivo se llama *máquina de Atwood*. Se usa a veces en el laboratorio para calcular el valor de g. Determine la magnitud de la aceleración de dos objetos y la tensión en la cuerda sin peso.

SOLUCIÓN

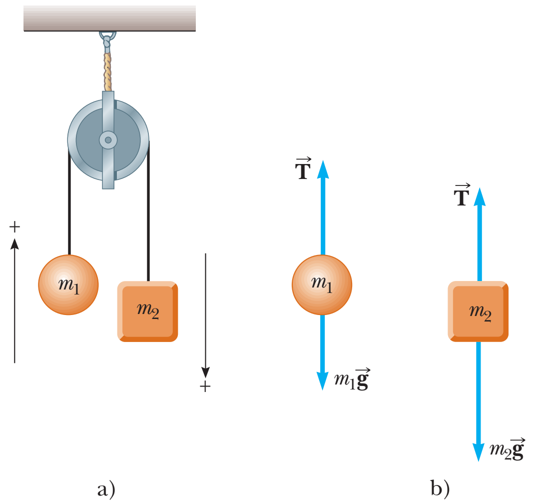


Figura 5.14 (Ejemplo 5.9) La máquina de Atwood. a) Dos objetos conectados mediante una cuerda inextensible sin masa sobre una polea sin fricción. b) Diagramas de cuerpo libre para los dos objetos.

Conceptualizar Imagine en acción la situación que se muestra en la figura 5.14a: conforme un objeto se mueve hacia arriba, el otro objeto se mueve hacia abajo. Puesto que los objetos están conectados mediante una cuerda inextensible, sus aceleraciones son de igual magnitud.

Categorizar Los objetos en la máquina de Atwood están sometidos a la fuerza gravitacional, así como a las fuerzas que se ejercen mediante las cuerdas conectadas a ellos. Por lo tanto, este problema se clasifica como uno que involucra dos partículas bajo una fuerza neta.

Analizar En la figura 5.14b se muestran los diagramas de cuerpo libre para los dos objetos. En cada objeto actúan dos fuerzas: la fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cuerda y la fuerza gravitacional hacia abajo. En problemas como éste, con una polea se representa sin masa y sin fricción, la tensión en la cuerda sobre ambos lados de la polea es la misma. Si la polea tiene masa o es dependiente de la fricción, las tensiones en cualquier lado no son las mismas y la situación requiere técnicas que se aprenderán en el capítulo 10.

Debe tener mucho cuidado con los signos en problemas como éste. En la figura 5.14a, note que, si el objeto 1 acelera hacia arriba, el objeto 2 acelera hacia abajo. Por lo tanto, por consistencia con los signos, si se define la dirección hacia arriba como positiva para el objeto 1, se debe definir la dirección hacia abajo como positiva para el objeto 2. Con esta convención de signos, ambos objetos aceleran en la misma dirección, que se define por la elección de signo. Además, de acuerdo con esta convención de signos, la componente y de la fuerza neta que se ejerce sobre el objeto 1 es $T - m_1 g$, y la componente y de la fuerza neta que se ejerce sobre el objeto 2 es $m_2 g - T$.

Aplique la segunda ley de Newton al objeto 1:

$$1)\quad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y$$

Ahora al objeto 2:

$$2)\quad \sum F_y = m_2 g - T = m_2 a_y$$

Sume la ecuación 2) con la ecuación 1) y advierta que T se cancela:

$$-m_1 g + m_2 g = m_1 a_y + m_2 a_y$$

Resuelva para la aceleración:

$$3)\quad a_y = \boxed{\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g}$$

Sustituya la ecuación 3) en la ecuación 1) para encontrar T:

$$4)\quad T = m_1(g + a_y) = \boxed{\left(\frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g}$$

Finalizar La aceleración conocida por la ecuación 3) se interpreta como la relación de la magnitud de la fuerza desequilibrada en el sistema $(m_2 - m_1)g$ a la masa total del sistema $(m_1 + m_2)$, como se espera de la segunda ley de Newton. Note que el signo de la aceleración depende de las masas relativas de los dos objetos.

¿Qué pasaría si? Describa el movimiento del sistema si los objetos tienen masas iguales, es decir, $m_1 = m_2$.

Respuesta Si se tiene la misma masa en ambos lados, el sistema está en equilibrio y no debe acelerar. Matemáticamente, se ve que, si $m_1 = m_2$, la ecuación 3) produce $a_y = 0$.

¿Qué pasaría si? ¿Si una de las masas es mucho más grande que la otra: $m_1 >> m_2$?

Respuesta En el caso en el que una masa es infinitamente mayor que la otra, se puede ignorar el efecto de la masa más pequeña. En tal caso, la masa mayor simplemente debe caer como si la masa más pequeña no estuviese ahí. Es claro que, si $m_1 >> m_2$, la ecuación 3) produce $a_y = -g$.

EJEMPLO 5.10 Aceleración de dos objetos conectados mediante una cuerda

Una bola de masa m_1 y un bloque de masa m_2 se unen mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción de masa despreciable, como en la figura 5.15a. El bloque se encuentra sobre un plano inclinado sin fricción de ángulo θ. Encuentre la magnitud de la aceleración de los dos objetos y la tensión en la cuerda.

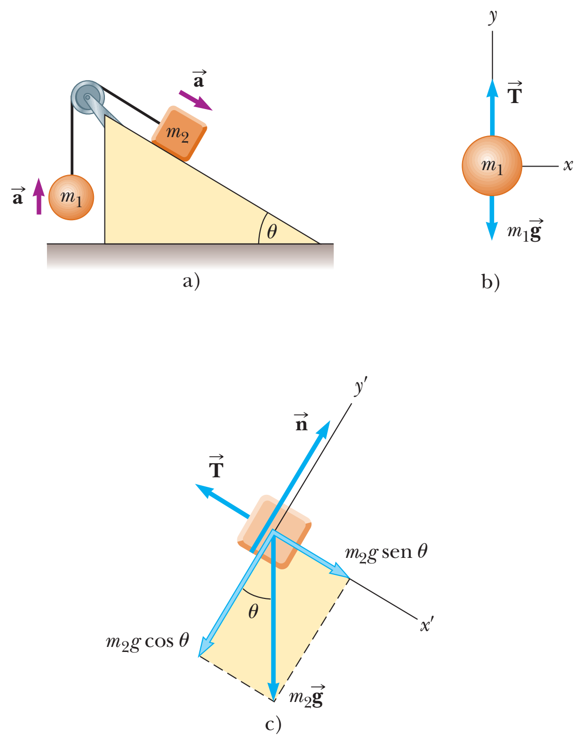


Figura 5.15 (Ejemplo 5.10). a) Dos objetos conectados mediante una cuerda ligera sobre una polea sin fricción. b) Diagrama de cuerpo libre para la bola. c) Diagrama de cuerpo libre para el bloque. (El plano inclinado no tiene fricción.)

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que los objetos de la figura 5.15 están en movimiento. Si m_2 se mueve hacia abajo del plano, m_1 se mueve hacia arriba. Puesto que los objetos están conectados mediante una cuerda (la cual se supone que no se estira), sus aceleraciones tienen la misma magnitud.

Categorizar Es posible identificar las fuerzas en cada uno de los dos objetos y se busca una aceleración, de modo que los objetos se clasifican como partículas bajo una fuerza neta.

Analizar Considere los diagramas de cuerpo libre que se muestran en las figuras 5.15b y 5.15c.

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes a la bola, y elija la dirección hacia arriba como positiva:

$$1)\quad \sum F_x = 0$$

$$2)\quad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

Para que la bola acelere hacia arriba, es necesario que $T > m_1 g$. En la ecuación 2), sustituya a_y con a porque la aceleración sólo tiene un componente y.

Para el bloque es conveniente elegir el eje x' positivo a lo largo del plano inclinado, como en la figura 5.15c. Por consistencia con la elección para la bola, se elige la dirección positiva hacia abajo en el plano.

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes al bloque:

$$3)\quad \sum F_{x'} = m_2 g \operatorname{sen}\theta - T = m_2 a_{x'} = m_2 a$$

$$4)\quad \sum F_{y'} = n - m_2 g \cos\theta = 0$$

En la ecuación 3), sustituya $a_{x'}$ con a porque los dos objetos tienen aceleraciones de igual magnitud a.

Resuelva la ecuación 2) para T:

$$5)\quad T = m_1(g + a)$$

Sustituya esta expresión para T en la ecuación 3):

$$m_2 g \operatorname{sen}\theta - m_1(g + a) = m_2 a$$

Resuelva para a:

$$6)\quad a = \boxed{\frac{m_2 g \operatorname{sen}\theta - m_1 g}{m_1 + m_2}}$$

Sustituya esta expresión para a en la ecuación 5) para encontrar T:

$$7)\quad T = \boxed{\frac{m_1 m_2 g(\operatorname{sen}\theta + 1)}{m_1 + m_2}}$$

Finalizar El bloque acelera hacia abajo en el plano sólo si $m_2 \operatorname{sen} \theta > m_1$. Si $m_1 > m_2 \operatorname{sen} \theta$, la aceleración es hacia arriba del plano para el bloque y hacia abajo para la bola. Note también que el resultado para la aceleración, ecuación 6), se puede interpretar como la magnitud de la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema bola–bloque dividido entre la masa total del sistema; este resultado es consistente con la segunda ley de Newton.

¿Qué pasaría si? ¿Qué ocurre en esta situación si $\theta = 90°$?

Respuesta Si $\theta = 90°$, el plano inclinado se vuelve vertical y no hay interacción entre su superficie y m_2. En consecuencia, este problema se convierte en la máquina de Atwood del ejemplo 5.9. Si en las ecuaciones 6) y 7) se deja que $\theta \rightarrow 90°$, ¡ello hace que se reduzcan a las ecuaciones 3) y 4) del ejemplo 5.9!

¿Qué pasaría si? ¿Y si $m_1 = 0$?

Respuesta Si $m_1 = 0$, en tal caso m_2 simplemente se desliza hacia abajo por el plano sin interactuar con m_1 a través de la cuerda. En consecuencia, este problema se convierte en el problema del automóvil que se desliza en el ejemplo 5.6. Si en la ecuación 6) se deja que $m_1 \rightarrow 0$, ¡ello causa que se reduzca a la ecuación 3) del ejemplo 5.6!

5.8 Fuerzas de fricción

Cuando un objeto está en movimiento ya sea sobre una superficie o en un medio viscoso como aire o agua, existe resistencia al movimiento porque el objeto interactúa con su entorno. A tal resistencia se le llama **fuerza de fricción**. Las fuerzas de fricción son muy importantes en la vida cotidiana. Permiten que uno camine o corra y son necesarias para el movimiento de los vehículos con ruedas.

Imagine que trabaja en su jardín y llena un bote de basura con desechos de hojas. Luego intenta arrastrar el bote a través de la superficie de concreto de su patio, como en la figura 5.16a. Esta superficie es *real*, no una superficie idealizada sin fricción.

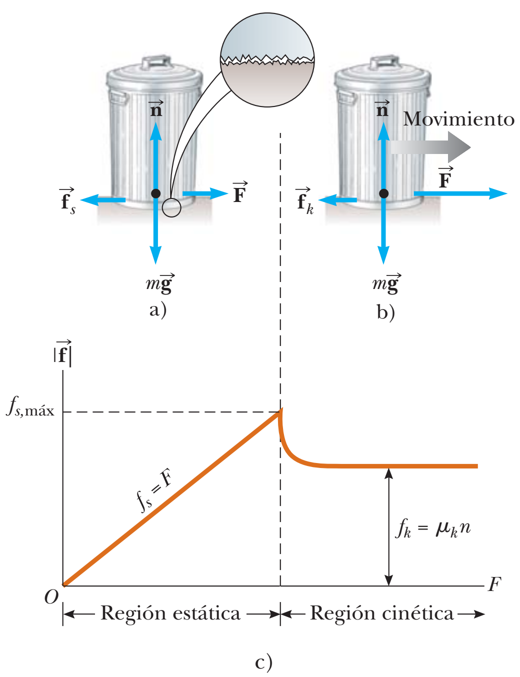


Figura 5.16 Cuando jala un bote de basura, la dirección de la fuerza de fricción $\vec{f}$ entre el bote y una superficie rugosa es opuesta a la dirección de la fuerza aplicada $\vec{F}$. Puesto que ambas superficies son rugosas, el contacto sólo se realiza en algunos puntos, como se ilustra en la vista "amplificada". a) Para pequeñas fuerzas aplicadas, la magnitud de la fuerza de fricción estática es igual a la magnitud de la fuerza aplicada. b) Cuando la magnitud de la fuerza aplicada supera la magnitud de la fuerza máxima de fricción estática, el bote de basura queda libre. La fuerza aplicada ahora es mayor que la fuerza de fricción cinética y el bote puede acelerar hacia la derecha. c) Gráfica de fuerza de fricción en función de la fuerza aplicada. Note que $f_{s,\text{máx}} > f_k$.

Si se aplica una fuerza horizontal externa $\vec{\mathbf{F}}$ al bote de basura, que actúa hacia la derecha, el bote de basura permanece fijo cuando $\vec{\mathbf{F}}$ es pequeña. La fuerza sobre el bote de basura que contraataca $\vec{\mathbf{F}}$ y evita que se mueva actúa hacia la izquierda y se llama **fuerza de fricción estática** $\vec{\mathbf{f}}_s$. En tanto el bote de basura no se mueva, $f_s = F$. Por lo tanto, si $\vec{\mathbf{F}}$ aumenta, $\vec{\mathbf{f}}_s$ también aumenta. Del mismo modo, si $\vec{\mathbf{F}}$ disminuye, $\vec{\mathbf{f}}_s$ también disminuye. Los experimentos muestran que la fuerza de fricción surge de la naturaleza de las dos superficies: debido a su rugosidad, el contacto se realiza sólo en unas cuantas posiciones donde se tocan los picos del material, como se muestra en la vista amplificada de la superficie en la figura 5.16a.

Fuerza de fricción estática ▶

En dichas posiciones, la fuerza de fricción surge en parte porque un pico físicamente bloquea el movimiento de un pico de la superficie opuesta y en parte por el enlace químico ("punto de soldadura") de picos opuestos conforme entran en contacto. Aunque los detalles de la fricción son muy complejos al nivel atómico, esta fuerza involucra, a final de cuentas, una interacción eléctrica entre átomos o moléculas.

Si se aumenta la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}$ como en la figura 5.16b, el bote de basura al final se desliza. Cuando el bote de basura está a punto de deslizarse, f_s tiene su valor máximo $f_{s,\text{máx}}$, como se muestra en la figura 5.16c. Cuando F supera $f_{s,\text{máx}}$, el bote de basura se mueve y acelera hacia la derecha. A la fuerza de fricción para un objeto en movimiento se le llama **fuerza de fricción cinética** $\vec{\mathbf{f}}_k$. Cuando el bote de basura está en movimiento, la fuerza de fricción cinética en el bote es menor que $f_{s,\text{máx}}$ (figura 5.16c). La fuerza neta $F - f_k$ en la dirección x produce una aceleración hacia la derecha, de acuerdo con la segunda ley de Newton. Si $F = f_k$, la aceleración es cero y el bote de basura se mueve hacia la derecha con rapidez constante. Si la fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ se elimina del bote en movimiento, la fuerza de fricción $\vec{\mathbf{f}}_k$ que actúa hacia la izquierda proporciona una aceleración del bote de basura en la dirección $-x$ y al final lo lleva al reposo, lo que, de nuevo, es consistente con la segunda ley de Newton.

Fuerza de fricción cinética ▶

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.9

El signo igual se usa en situaciones limitadas

En la ecuación 5.9 el signo igual se usa *sólo* en caso de que las superficies estén a punto de liberarse y comiencen a deslizarse. No caiga en la trampa común de usar $f_s = \mu_s n$ en *cualquier* situación estática.

En términos experimentales, se encuentra que, a una buena aproximación, tanto $f_{s,\text{máx}}$ como f_k son proporcionales a la magnitud de la fuerza normal que se ejerce sobre un objeto por la superficie. Las siguientes descripciones de la fuerza de fricción están en función de las observaciones experimentales y sirven como el modelo que usará para fuerzas de fricción en resolución de problemas:

- La magnitud de la fuerza de fricción estática entre cualesquiera dos superficies cualesquiera en contacto tiene los valores

$$f_s \leq \mu_s n \quad \textbf{(5.9)}$$

donde la constante adimensional μ_s se llama **coeficiente de fricción estática** y n es la magnitud de la fuerza normal que ejerce una superficie sobre la otra. La igualdad en la ecuación 5.9 se cumple cuando las superficies están a punto de deslizarse, esto es, cuando $f_s = f_{s,\text{máx}} \equiv \mu_s n$. Esta situación se llama *movimiento inminente*. La desigualdad se cumple cuando las superficies no están a punto de deslizarse.

- La magnitud de la fuerza de fricción cinética que actúa entre dos superficies es

$$f_k = \mu_k n \quad \textbf{(5.10)}$$

donde μ_k se llama **coeficiente de fricción cinética**. Aunque el coeficiente de fricción cinética varía con la rapidez, por lo general en este texto se despreciará cualquiera de tales variaciones.

- Los valores de μ_k y μ_s dependen de la naturaleza de las superficies, pero μ_k por lo general es menor que μ_s. El intervalo de los valores típicos fluctúan de 0.03 a 1.0. La tabla 5.1 indica algunos valores reportados.
- La dirección de la fuerza de fricción sobre un objeto es paralela a la superficie con la que el objeto está en contacto y opuesta al movimiento real (fricción cinética) o al movimiento inminente (fricción estática) del objeto en relación con la superficie.
- Los coeficientes de fricción son casi independientes del área de contacto entre las superficies. Es de esperar que al colocar un objeto en el lado que tiene más área aumente la fuerza de fricción. Aunque este método proporciona más puntos de contacto como en la figura 5.16a, el peso del objeto se dispersa sobre un área más

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.10

Ecuaciones de fricción

Las ecuaciones 5.9 y 5.10 *no* son ecuaciones vectoriales. Son correspondencias entre las *magnitudes* de los vectores que representan las fuerzas de fricción y normal. Puesto que las fuerzas de fricción y normal son mutuamente perpendiculares, los vectores no se pueden relacionar mediante una constante multiplicativa.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 5.11

La dirección de la fuerza de fricción

En ocasiones se hace un enunciado incorrecto acerca de la fuerza de fricción entre un objeto y una superficie ("la fuerza de fricción en un objeto es opuesta a su movimiento o al movimiento inminente") en lugar de la frase correcta: "la fuerza de fricción en un objeto es opuesta a su movimiento o al movimiento inminente *en relación con la superficie*".

TABLA 5.1

Coeficientes de fricción

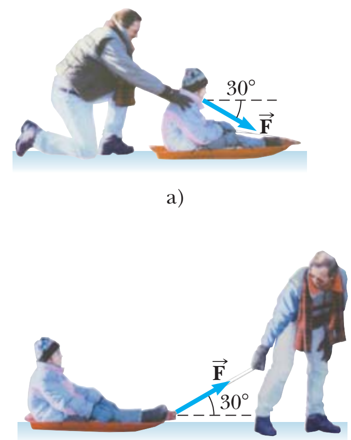
	μ_s	μ_k
Hule sobre concreto	1.0	0.8
Acero sobre acero	0.74	0.57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Vidrio sobre vidrio	0.94	0.4
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Madera sobre madera	0.25–0.5	0.2
Madera encerada sobre nieve húmeda	0.14	0.1
Madera encerada sobre nieve seca	—	0.04
Metal sobre metal (lubricado)	0.15	0.06
Teflón sobre teflón	0.04	0.04
Hielo sobre hielo	0.1	0.03
Articulación sinovial en humanos	0.01	0.003

Nota: Todos los valores son aproximados. En algunos casos el coeficiente de fricción puede superar 1.0.

grande y los puntos individuales no se oprimen tan estrechamente entre sí. Ya que estos efectos se compensan, aproximadamente, uno con otro, la fuerza de fricción es independiente del área.

Pregunta rápida 5.6 Usted presiona con su mano su libro de física plano contra una pared vertical. ¿Cuál es la dirección de la fuerza de fricción que ejerce la pared sobre el libro? a) hacia abajo, b) hacia arriba, c) afuera desde la pared, d) hacia dentro de la pared.

Pregunta rápida 5.7 Usted juega con su hija en la nieve. Ella se sienta sobre un trineo y le pide que la deslice sobre un campo horizontal plano. Usted tiene la opción de a) empujarla desde atrás al aplicar una fuerza hacia abajo sobre sus hombros a 30° bajo la horizontal (figura 5.17a) o b) unir una cuerda al frente del trineo y jalar con una fuerza a 30° sobre la horizontal (figura 5.17b). ¿Cuál sería más fácil para usted y por qué?



a)

b)

Figura 5.17 (Pregunta rápida 5.7) Un padre desliza a su hija sobre un trineo mediante a) empujar sobre sus hombros o b) jalar con una cuerda.

EJEMPLO 5.11 Determinación experimental de μ_s y μ_k

El siguiente es un método simple de medir coeficientes de fricción. Suponga que se coloca un bloque sobre una superficie rugosa inclinada en relación con la horizontal, como se muestra en la figura 5.18. El ángulo de inclinación aumenta hasta que el bloque comienza a moverse. Demuestre que puede obtener μ_s al medir el ángulo crítico θ_c al que comienza a ocurrir este deslizamiento.

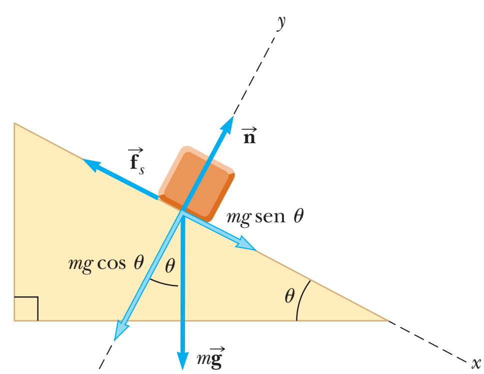


Figura 5.18 (Ejemplo 5.11) Las fuerzas externas que se ejercen sobre un bloque que se encuentra sobre un plano inclinado rugoso son la fuerza gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza de fricción $\mathbf{f}_s$. Por conveniencia, la fuerza gravitacional se descompone en una componente mg sen θ a lo largo del plano y una componente $mg \cos \theta$ perpendicular al plano.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere el diagrama de cuerpo libre en la figura 5.18 e imagine que el bloque tiende a deslizarse por el plano debido a la fuerza gravitacional. Para simular la situación, coloque una moneda sobre la cubierta de este libro e incline el libro hasta que la moneda comience a deslizarse.

Categorizar El bloque está sometido a diferentes fuerzas. Puesto que el plano se eleva al ángulo en que el bloque está listo para comenzar a moverse pero no se mueve, el bloque se clasifica como una partícula en equilibrio.

Analizar Las fuerzas que actúan en el bloque son la fuerza gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza de fricción estática $\vec{\mathbf{f}}_s$. Se elige x paralelo al plano y y perpendicular a él.

Aplique la ecuación 5.8 al bloque:

$$1)\quad \sum F_x = mg \text{ sen } \theta - f_s = 0$$

$$2)\quad \sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

Sustituya $mg = n/\cos\theta$ de la ecuación 2) en la ecuación 1):

$$3)\quad f_s = mg \text{ sen } \theta = \left(\frac{n}{\cos\theta}\right) \text{sen } \theta = n \tan \theta$$

Cuando el ángulo de inclinación aumenta hasta que el bloque está a punto de deslizarse, la fuerza de fricción estática alcanza su valor máximo $\mu_s n$. El ángulo θ en esta situación es el ángulo crítico θ_c. Haga estas sustituciones en la ecuación 3):

$$\mu_s n = n \tan \theta_c$$

$$\mu_s = \tan \theta_c$$

Por ejemplo, si el bloque apenas se desliza en $\theta_c = 20.0°$, se encuentra que $\mu_s = \tan 20.0° = 0.364$.

Finalizar Una vez que el bloque comienza a moverse en $\theta \geq \theta_c$, acelera hacia abajo por el plano y la fuerza de fricción es $f_k = \mu_k n$. Sin embargo, si θ se reduce a un valor menor que θ_c, puede ser posible encontrar un ángulo θ'_c tal que el bloque se mueve hacia abajo por el plano con rapidez constante de nuevo como una partícula en equilibrio ($a_x = 0$). En este caso, use las ecuaciones 1) y 2) con f_s en lugar de f_k para encontrar μ_k: $\mu_k = \tan \theta'_c$, donde $\theta'_c < \theta_c$.

EJEMPLO 5.12 Disco de hockey deslizante

A un disco de hockey sobre un estanque congelado se le da una rapidez inicial de 20.0 m/s. Si el disco siempre permanece sobre el hielo y se desliza 115 m antes de llegar al reposo, determine el coeficiente de fricción cinética entre el disco y el hielo.

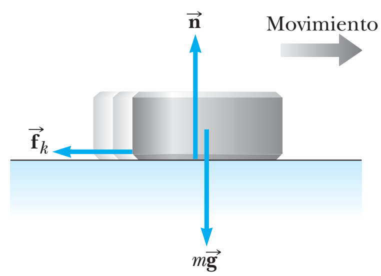


Figura 5.19 (Ejemplo 5.12) Después de que al disco se le da una velocidad inicial hacia la derecha, las únicas fuerzas externas que actúan sobre él son la fuerza gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza de fricción cinética $\vec{\mathbf{f}}_k$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine que el disco de la figura 5.19 se desliza hacia la derecha y al final llega al reposo debido a la fuerza de fricción cinética.

Categorizar Las fuerzas que actúan sobre el disco se identifican en la figura 5.19, pero el texto del problema proporciona variables cinemáticas. Por lo tanto, el problema se clasifica en dos formas. Primero, el problema involucra una partícula bajo una fuerza neta: la fricción cinética ocasiona que el disco acelere. Y, ya que la fuerza de fricción cinética se representa como independiente de la rapidez, la aceleración del disco es constante. Así que este problema también se clasifica como una partícula bajo aceleración constante.

Analizar Primero, encuentre la aceleración algebraicamente en términos del coeficiente de fricción cinética, con la segunda ley de Newton. Una vez que conozca la aceleración del disco y la distancia que recorre, encuentre las ecuaciones de cinemática para encontrar el valor numérico del coeficiente de fricción cinética.

Aplique el modelo de partícula bajo una fuerza neta en la dirección x del disco:

$$1)\quad \sum F_x = -f_k = ma_x$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio en la dirección y del disco:

$$2)\quad \sum F_y = n - mg = 0$$

Sustituya $n = mg$ de la ecuación 2) y $f_k = \mu_k n$ en la ecuación 1):

$$-\mu_k n = -\mu_k mg = ma_x$$

$$a_x = -\mu_k g$$

El signo negativo significa que la aceleración es hacia la izquierda en la figura 5.19. Ya que la velocidad del disco es hacia la derecha, el disco frena. La aceleración es independiente de la masa del disco y es constante porque se supone que μ_k permanece constante.

Aplique el modelo de partícula bajo aceleración constante al disco, con la ecuación 2.17, $v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$, con $x_i = 0$ y $v_f = 0$:

$$0 = v_{xi}^2 + 2a_x x_f = v_{xi}^2 - 2\mu_k g x_f$$

$$\mu_k = \frac{v_{xi}^2}{2gx_f}$$

$$\mu_k = \frac{(20.0 \text{ m/s})^2}{2(9.80 \text{ m/s}^2)(115 \text{ m})} = \boxed{0.117}$$

Finalizar Observe que μ_k es adimensional, cual debe ser, y que tiene un valor menor, consistente con un objeto que se desliza en hielo.

EJEMPLO 5.13 Aceleración de dos objetos conectados cuando la fricción está presente

Un bloque de masa m_1 sobre una superficie horizontal rugosa se conecta a una bola de masa m_2 mediante una cuerda ligera sobre una polea ligera sin fricción, como se muestra en la figura 5.20a. Al bloque se aplica una fuerza de magnitud F en un ángulo θ con la horizontal como se muestra, y el bloque se desliza hacia la derecha. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es μ_k. Determine la magnitud de la aceleración de los dos objetos.

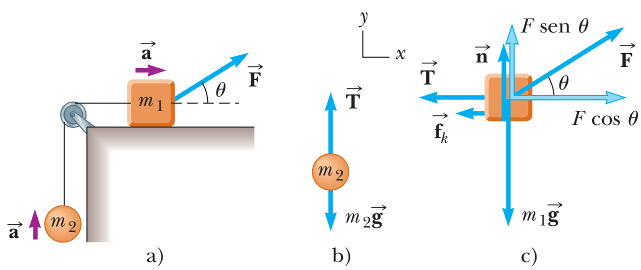


Figura 5.20 (Ejemplo 5.13) a) La fuerza externa $\vec{F}$ aplicada como se muestra puede hacer que el bloque acelere hacia la derecha. b) y c) Diagramas de cuerpo libre que suponen que el bloque acelera hacia la derecha y la bola acelera hacia arriba. La magnitud de la fuerza de fricción cinética en este caso está dada por $f_k = \mu_k n = \mu_k (m_1 g - F \text{ sen } \theta)$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine lo que ocurre conforme se aplica $\vec{F}$ al bloque. Si supone que $\vec{F}$ no es suficientemente grande como para levantar el bloque, éste se desliza hacia la derecha y la bola sube.

Categorizar Se pueden identificar las fuerzas y se quiere una aceleración, así que este problema se clasifica como dos partículas bajo una fuerza neta, la bola y el bloque.

Analizar Primero dibuje diagramas de cuerpo libre para los dos objetos, como se muestra en las figuras 5.20b y 5.20c. La fuerza aplicada $\vec{F}$ tiene componentes x y y $F \cos \theta$ y $F \text{ sen } \theta$, respectivamente. Ya que los dos objetos están conectados, se pueden igualar las magnitudes de la componente x de la aceleración del bloque y la componente y de la aceleración de la bola y llamar a ambas a. Suponga que el movimiento del bloque es hacia la derecha.

Aplique el modelo de partícula bajo una fuerza neta al bloque en la dirección horizontal:

$$1) \quad \sum F_x = F \cos \theta - f_k - T = m_1 a_x = m_1 a$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al bloque en la dirección vertical:

$$2) \quad \sum F_y = n + F \text{ sen } \theta - m_1 g = 0$$

Aplique el modelo de partícula bajo una fuerza neta a la bola en la dirección vertical:

$$3) \quad \sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a$$

Resuelva la ecuación 2) para n: $n = m_1 g - F \operatorname{sen} \theta$

Sustituya n en $f_k = \mu_k n$ de la ecuación 5.10: 4) $f_k = \mu_k(m_1 g - F \operatorname{sen} \theta)$

Sustituya la ecuación 4) y el valor de T de la ecuación 3) en la ecuación 1): $F \cos \theta - \mu_k(m_1 g - F \operatorname{sen} \theta) - m_2(a + g) = m_1 a$

Resuelva para a:

$$5) \quad a = \boxed{\frac{F(\cos \theta + \mu_k \operatorname{sen} \theta) - (m_2 + \mu_k m_1)g}{m_1 + m_2}}$$

Finalizar La aceleración del bloque puede ser hacia la derecha o hacia la izquierda, depende del signo del numerador en la ecuación 5). Si el movimiento es hacia la izquierda, se debe invertir el signo de f_k en la ecuación 1) porque la fuerza de fricción cinética se debe oponer al movimiento del bloque en relación con la superficie. En este caso, el valor de a es el mismo que en la ecuación 5), con los dos signos más en el numerador cambiados a signos menos.

Resumen

DEFINICIONES

Un **marco de referencia inercial** es un marco en el que un objeto que no interactúa con otros objetos experimenta aceleración cero. Cualquier marco que se mueva con velocidad constante en relación con un marco inercial también es un marco inercial.

La **fuerza** se define como **aquello que causa un cambio en el movimiento de un objeto.**

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

La **primera ley de Newton** establece que es posible encontrar un marco inercial en el que un objeto que no interactúa con otros objetos experimenta aceleración cero o, de manera equivalente, en ausencia de una fuerza externa, cuando se observa desde un marco inercial, un objeto en reposo permanece en reposo y un objeto en movimiento uniforme en línea recta mantiene dicho movimiento.

La **segunda ley de Newton** afirma que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa.

La **tercera ley de Newton** postula que, si dos objetos interactúan, la fuerza que ejerce el objeto 1 sobre el objeto 2 es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza que ejerce el objeto 2 sobre el objeto 1.

La **fuerza gravitacional** que se ejerce sobre un objeto es igual al producto de su masa (una cantidad escalar) y la aceleración de caída libre: $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$.

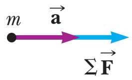
El **peso** de un objeto es la magnitud de la fuerza gravitacional que actúa sobre el objeto.

La **máxima fuerza de fricción estática** $\vec{\mathbf{f}}_{s,\text{máx}}$ entre un objeto y una superficie es proporcional a la fuerza normal que actúa sobre el objeto. En general, $f_s \leq \mu_s n$, donde μ_s es el **coeficiente de fricción estática** y n es la magnitud de la fuerza normal. Cuando un objeto se desliza sobre una superficie, la magnitud de la **fuerza de fricción cinética** $\vec{\mathbf{f}}_k$ está dada por $f_k = \mu_k n$, donde μ_k es el **coeficiente de fricción cinética**. La dirección de la fuerza de fricción es opuesta a la dirección del movimiento o movimiento inminente del objeto en relación con la superficie.

MODELO DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS

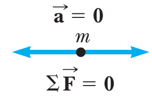
Partícula bajo fuerza neta Si una partícula de masa m experimenta una fuerza neta distinta de cero, su aceleración se relaciona con la fuerza neta mediante la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} \qquad (5.2)$$



Partícula en equilibrio Si una partícula mantiene una velocidad constante (de modo que $\vec{\mathbf{a}} = 0$), que podría incluir una velocidad de cero, las fuerzas sobre la partícula se equilibran y la segunda ley de Newton se reduce a

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = 0 \qquad (5.8)$$



Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. Una bola se sostiene en la mano de una persona. a) Identifique todas las fuerzas externas que actúan sobre la bola y la reacción a cada una. b) Si la bola se suelta, ¿qué fuerza se ejerce sobre ella mientras cae? Identifique la fuerza de reacción en este caso. (Ignore la resistencia del aire.)

2. Si un automóvil viaja hacia el oeste con una rapidez constante de 20 m/s, ¿cuál es la fuerza resultante que actúa sobre él?

3. **O** Un experimento se realiza sobre un disco en una mesa de hockey de aire, donde la fricción es despreciable. Se aplica una fuerza horizontal constante al disco y se mide su aceleración. Ahora el mismo disco se transporta hacia el espacio exterior, donde tanto la fricción como la gravedad son despreciables. Al disco se le aplica la misma fuerza constante (a través de una balanza de resorte que estira la misma cantidad) y se mide la aceleración del disco (en relación con las estrellas distantes). ¿Cuál es la aceleración del disco en el espacio exterior? a) un poco mayor que su aceleración en la Tierra, b) la misma que su aceleración en la Tierra, c) menor que su aceleración en la Tierra, d) infinita porque ni la fricción ni la gravedad la restringen, e) muy grande porque la aceleración es inversamente proporcional al peso y el peso del disco es muy pequeño pero no cero.

4. En la película *It Happened One Night* (Columbia Pictures, 1934), Clark Gable está de pie adentro de un autobús estacionado en frente de Claudette Colbert, quien está sentada. De pronto el autobús comienza a moverse hacia adelante y Clark cae en el regazo de Claudette. ¿Por qué ocurrió esto?

5. Sus manos están húmedas y el dispensador de toallas del baño está vacío. ¿Qué hace para quitar las gotas de agua de sus manos? ¿Cómo su acción ejemplifica una de las leyes de Newton? ¿Cuál de ellas?

6. Una pasajera sentada en la parte trasera de un autobús afirma que se lesionó cuando el conductor frenó bruscamente, lo que hizo que una maleta saliera volando hacia ella desde la parte delantera del autobús. Si usted fuese el juez en este caso, ¿qué sentencia haría? ¿Por qué?

7. Un globo esférico de hule inflado con aire se mantiene fijo y su abertura, en el lado oeste, se aprieta firmemente. a) Describa las fuerzas que ejerce el aire sobre secciones del hule. b) Después de que el globo se libera, despega hacia el este y pronto gana mucha rapidez. Explique este movimiento en términos de las fuerzas que ahora actúan sobre el hule. c) Explique el movimiento de un cohete que despega desde su plataforma de lanzamiento.

8. Si usted sostiene una barra metálica horizontal varios centímetros arriba del suelo y la mueve a través del pasto, cada hoja de pasto se dobla en el camino. Si aumenta la rapidez de la barra, cada hoja de pasto se doblará más rápidamente. En tal caso, ¿cómo una podadora rotatoria corta el pasto? ¿Cómo ejerce suficiente fuerza sobre una hoja de pasto para cortarla?

9. Una bola de hule se suelta en el suelo. ¿Qué fuerza hace que la bola rebote?

10. Una niña lanza una bola hacia arriba. Ella dice que la bola se mueve alejándose de su mano porque la bola siente una "fuerza de lanzamiento" hacia arriba así como la fuerza gravitacional. a) ¿La "fuerza de lanzamiento" supera la fuerza gravitacional? ¿Cómo se movería la bola si lo hiciera? b) ¿La "fuerza de lanzamiento" es igual en magnitud a la fuerza gravitacional? Explique. c) ¿Qué intensidad se puede atribuir con precisión a la fuerza de lanzamiento? Explique. d) ¿Por qué la bola se aleja de la mano de la niña?

11. **O** Los alumnos de tercer año están en un lado del patio de la escuela y los de cuarto año están en el otro. Los grupos lanzan bolas de nieve uno a otro. Entre ellos, bolas de nieve de diversas masas se mueven con diferentes velocidades, como se muestra en la figura P5.11. Clasifique las bolas de nieve de la a) a la e) de acuerdo con la magnitud de la fuerza total que se ejerce sobre cada una. Ignore la resistencia del aire. Si dos bolas de nieve se clasifican juntas, aclare el hecho.

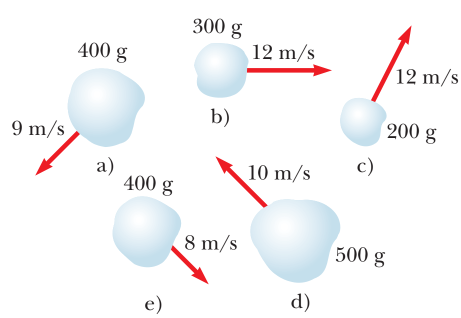


Figura P5.11

12. El alcalde de una ciudad decide despedir a algunos empleados porque no corrigen los obvios pandeos de los cables que sostienen los semáforos de la ciudad. Si fuera abogado, ¿qué defensa daría en favor de los empleados? ¿Qué lado cree que ganaría el caso en la corte?

13. Un segmento de *America's Funniest Home Videos*. Equilibrándose con cuidado, tres chicos avanzan lentamente en la rama horizontal de un árbol sobre un estanque, donde cada uno planea echarse un clavado. El más joven e inteligente de los chicos nota que la rama es apenas suficientemente fuerte como para sostenerlos. Decide saltar recto hacia arriba y aterrizar de nuevo sobre la rama para romperla, lo que hará que los tres caigan juntos en el estanque. Cuando comienza a realizar su plan, ¿en qué momento preciso se rompe la rama? Explique. *Sugerencia:* Pretenda ser el chico inteligente e imite lo que hace en cámara lenta. Si todavía no está seguro, párese en una báscula de baño y repita la sugerencia.

14. Cuando empuja sobre una caja con una fuerza de 200 N en lugar de una fuerza de 50 N, puede sentir que hace un mayor esfuerzo. Cuando una mesa ejerce una fuerza normal hacia arriba de 200 N en lugar de una de magnitud más pequeña, ¿la mesa realmente hace algo de modo diferente?

15. Un levantador de pesas está de pie sobre una báscula. Sube y baja una barra con pesas. ¿Qué ocurre con la lectura de la báscula mientras lo hace? **¿Qué pasaría si?** ¿Qué sucedería si en efecto él es lo suficientemente fuerte para lanzar la barra hacia arriba? ¿Ahora cómo variaría la lectura en la balanza?

16. a) ¿Una fuerza normal puede ser horizontal? b) ¿Una fuerza normal puede dirigirse verticalmente hacia abajo? c) Considere una pelota de tenis en contacto con un suelo fijo y con nada más. ¿La fuerza normal puede ser diferente en magnitud de la fuerza gravitacional que se ejerce sobre la pelota? d) ¿La fuerza que ejerce el suelo sobre la bola puede ser diferente en magnitud de la fuerza que la bola ejerce sobre el suelo? Explique cada una de sus respuestas.

17. Suponga que un camión cargado con arena acelera a lo largo de una autopista. Si la fuerza impulsora que se ejerce sobre el camión permanece constante, ¿qué ocurre con la aceleración del camión si su remolque tiene una fuga de arena con una rapidez constante a través de un orificio en su fondo?

18. **O** En la figura P5.18, la cuerda B, inextensible, tensa y ligera une el bloque 1 y el bloque 2 de mayor masa. La cuerda A ejerce una fuerza sobre el bloque 1 para hacerlo acelerar hacia adelante. a) ¿Cómo se compara la magnitud de la fuerza que ejerce la cuerda A sobre el bloque 1, con la magnitud de la fuerza que ejerce la cuerda B sobre el bloque 2? ¿Es mayor, menor o igual? b) ¿Cómo se compara la aceleración del bloque 1 con la aceleración (si la hay) del bloque 2? c) ¿La cuerda B ejerce una fuerza sobre el bloque 1? Si es así, ¿es hacia adelante o hacia atrás? ¿Es mayor, menor o igual en magnitud a la fuerza que ejerce la cuerda B sobre el bloque 2?

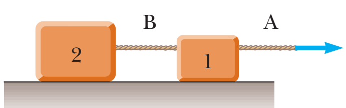


Figura P5.18

19. Identifique los pares acción–reacción en las situaciones siguientes: un hombre da un paso, una bola de nieve golpea a una niña en la espalda, un jugador de beisbol atrapa una bola, una ráfaga de viento golpea una ventana.

20. **O** En una máquina de Atwood, que se ilustra en la figura 5.14, una cuerda ligera que no se estira pasa sobre una polea ligera sin fricción. En un lado, el bloque 1 cuelga de la cuerda vertical. En el otro lado, el bloque 2 de mayor masa cuelga de la cuerda vertical. a) Los bloques se liberan desde el reposo. ¿La magnitud de la aceleración del bloque 2 más pesado es mayor, menor o igual que la aceleración en caída libre *g*? b) ¿La magnitud de la aceleración del bloque 2 es mayor, menor o igual que la aceleración del bloque 1? c) ¿La magnitud de la fuerza que ejerce la cuerda sobre el bloque 2 es mayor, menor o igual que la fuerza de la cuerda sobre el bloque 1?

21. Veinte personas participan en un concurso de jalar la cuerda. Los dos equipos de 10 personas están tan igualmente distribuidos que ningún equipo gana. Después del juego, los participantes notan que un automóvil está atorado en el lodo. Unen la soga del juego a la defensa del automóvil y todas las personas jalan la soga. El pesado automóvil apenas se mueve un par de decímetros cuando la soga se rompe. ¿Por qué se rompe en esta situación, pero no cuando las mismas 20 personas jalaban sobre ella durante el juego?

22. **O** En la figura P5.22, una locomotora cae a través de la pared de una estación ferroviaria. Por como lo hizo, ¿qué puede decir acerca de la fuerza que ejerce la locomotora sobre la pared? a) La fuerza que ejerció la locomotora sobre la pared fue mayor que la fuerza que la pared podía ejercer sobre la locomotora. b) La fuerza que ejerció la locomotora sobre la pared fue de igual magnitud que la fuerza que ejerció la pared sobre la locomotora. c) La fuerza que ejerció la locomotora sobre la pared fue menor que la fuerza que ejerció la pared sobre la locomotora. d) No se puede decir que la pared "ejerció" una fuerza; después de todo, se rompió.

Roger Viollet, Mill Valley, CA, University Science Books, 1982

Figura P5.22

23. Un atleta sujeta una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción unida al techo de un gimnasio. Al otro extremo de la cuerda se amarra un saco de arena precisamente igual en peso al atleta. Tanto el saco como el atleta al inicio están en reposo. El atleta escala la cuerda, a veces acelerando y frenando mientras lo hace. ¿Qué ocurre con el saco de arena? Explique.

24. **O** Un pequeño insecto está anidado entre un bloque de 1 kg y un bloque de 2 kg sobre una mesa sin fricción. Sobre cualquier bloque se puede aplicar una fuerza horizontal, como se muestra en la figura P5.24. **i)** ¿En cuál situación ilustrada en la figura, a) o b), el insecto tiene una mejor oportunidad de sobrevivir, o c) no hay diferencia? **ii)** Considere el enunciado "La fuerza que ejerce el bloque más grande sobre el más pequeño es mayor en magnitud que la fuerza que ejerce el bloque más pequeño sobre el mayor". ¿El enunciado es verdadero sólo en la situación a)? ¿Sólo en la situación b)? ¿En c) ambas situaciones o d) en ninguna? **iii)** Considere el enunciado "mientras los bloques se mueven, la fuerza que ejerce el bloque trasero sobre el bloque delantero es mayor que la fuerza que ejerce el bloque delantero sobre el trasero". ¿Este enunciado es verdadero sólo en la situación a), sólo en la situación b), c) en ambas situaciones o d) en ninguna?

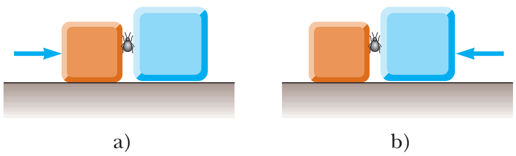


Figura P5.24

25. ¿Un objeto puede ejercer una fuerza sobre sí mismo? Argumente su respuesta.

26. **O** El molesto gerente de una tienda departamental empuja horizontalmente con una fuerza de 200 N de magnitud sobre una caja de camisas. La caja se desliza a través del suelo horizontal con una aceleración hacia adelante. Nada más toca la caja. ¿Qué debe ser verdadero acerca de la magnitud de la fuerza de fricción cinética que actúa sobre la caja (elija una)? a) Es mayor que 200 N. b) Es menor que 200 N. c) Es igual a 200 N. d) Ninguno de estos enunciados necesariamente es verdadero.

27. Un automóvil se mueve hacia adelante lentamente y aumenta su rapidez. Un estudiante afirma "el automóvil ejerce una fuerza sobre sí mismo" o "el motor del automóvil ejerce una fuerza en el automóvil". Argumente que esta idea no puede ser exacta y que la fricción que ejerce el camino es la fuerza propulsora sobre el automóvil. Haga su evidencia y razonamiento tan persuasivo como sea posible. ¿Es fricción estática o cinética? *Sugerencia:* Considere un camino cubierto con grava ligera. Considere una impresión clara de la huella de la llanta sobre un camino de asfalto, obtenida al recubrir la huella con polvo.

28. **O** El conductor de un camión vacío que viaja con gran rapidez aplica los frenos y derrapa hasta detenerse a través de una distancia d. **i)** Si el camión ahora lleva una carga que duplica su masa, ¿cuál será la "distancia de derrape" del camión? a) $4d$, b) $2d$, c) $\sqrt{2}d$, d) d, e) $d/\sqrt{2}$, f) $d/2$, g) $d/4$. **ii)** Si la rapidez inicial del camión vacío se redujera a la mitad, ¿cuál sería la distancia de derrape del camión? Elija de las mismas posibilidades de la a) a la g).

29. **O** Un objeto de masa m se desliza con rapidez v_0 en cierto instante a través de una mesa a nivel, con la que su coeficiente de fricción cinética es μ. Luego se mueve a través de una distancia d y llega al reposo. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones para la rapidez v_0 es razonable (elija una)? a) $v_0 = \sqrt{-2\mu mgd}$, b) $v_0 = \sqrt{2\mu mgd}$, c) $v_0 = \sqrt{-2\mu gd}$, d) $v_0 = \sqrt{2\mu gd}$, e) $v_0 = \sqrt{2gd/\mu}$, f) $v_0 = \sqrt{2\mu md}$, g) $v_0 = \sqrt{2\mu d}$.

30. **O** Un caja permanece fija después de que se coloca sobre una rampa inclinada a un ángulo con la horizontal. ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto acerca de la magnitud de la fuerza de fricción que actúa sobre la caja? Elija todos los que sean verdaderos. a) Es mayor que el peso de la caja. b) Es casi igual al peso de la caja. c) Es igual a $\mu_s n$. d) Es mayor que la componente de la fuerza gravitacional que actúa a lo largo de la rampa. e) Es igual la componente de la fuerza gravitacional que actúa a lo largo de la rampa. f) Es menor que la componente de la fuerza gravitacional que actúa hacia abajo de la rampa.

31. Suponga que usted maneja un auto clásico. ¿Por qué debe evitar pisar fuertemente los frenos cuando quiera detenerse en la menor distancia posible? (Muchos automóviles modernos tienen frenos antibloqueo que evitan este problema.)

32. Describa algunos ejemplos en que la fuerza de fricción que se ejerce sobre un objeto está en la dirección de movimiento del objeto.

33. **O** Como se muestra en la figura P5.33, el estudiante A, una niña de 55 kg, se sienta en una silla con patas metálicas, en reposo en el suelo del salón de clase. El estudiante B, un niño de 80 kg, se sienta en una silla idéntica. Ambos estudiantes mantienen sus pies alejados del suelo. Una cuerda corre de las manos de la estudiante A alrededor de una polea ligera hacia las manos del profesor que está de pie en el suelo junto a ella. El eje de baja fricción de la polea se une a una segunda cuerda que sostiene el estudiante B. Todas las cuerdas corren paralelas a las patas de las sillas. a) Si la estudiante A jala sobre su extremo de la cuerda, ¿su silla o la de B se deslizará sobre el suelo? b) Si en vez de ello el profesor jala sobre su extremo de cuerda, ¿cuál silla se desliza? c) Si el estudiante B jala su cuerda, ¿cuál silla se desliza? d) Ahora el profesor ata su extremo de cuerda a la silla de la estudiante A. La estudiante A jala el extremo de cuerda en sus manos. ¿Cuál silla se desliza? (Vern Rockcastle sugirió la idea para esta pregunta.)

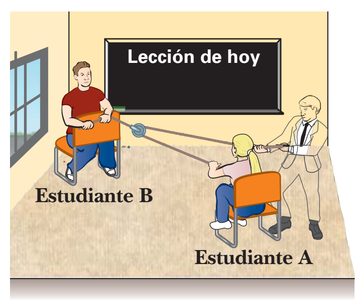


Figura P5.33

Problemas

Secciones de la 5.1 a la 5.6

1. Un objeto de 3.00 kg se somete a una aceleración conocida por $\vec{\mathbf{a}} = (2.00\hat{\mathbf{i}} + 5.00\hat{\mathbf{j}})$ m/s^2. Encuentre la fuerza resultante que actúa sobre él y la magnitud de la fuerza resultante.

2. Una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ aplicada a un objeto de masa m_1 produce una aceleración de 3.00 m/s^2. La misma fuerza aplicada a un segundo objeto de masa m_2 produce una aceleración de 1.00 m/s^2. a) ¿Cuál es el valor de la relación m_1/m_2? b) Si m_1 y m_2 se combinan en un objeto, ¿cuál es su aceleración bajo la acción de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$?

3. Para modelar una nave espacial, el motor de un cohete de juguete se sujeta firmemente a un gran disco que puede deslizar con fricción despreciable sobre una superficie horizontal, que se toma como plano *xy*. El disco de 4.00 kg tiene una velocidad de $(3.00\hat{\mathbf{i}}$ m/s en un instante. Ocho segundos después, su velocidad es $(8.00\hat{\mathbf{i}} + 10.0\hat{\mathbf{j}})$ m/s. Si supone que el motor de cohete ejerce una fuerza horizontal constante, encuentre a) las componentes de la fuerza y b) su magnitud.

4. La rapidez promedio de una molécula de nitrógeno en el aire es aproximadamente 6.70×10^2 m/s y su masa es 4.68×10^{-26} kg. a) Si una molécula de nitrógeno tarda 3.00×10^{-13} s en golpear una pared y rebotar con la misma rapidez pero moviéndose en la dirección opuesta, ¿cuál es la aceleración promedio de la molécula durante este intervalo de tiempo? b) ¿Qué fuerza promedio ejerce la molécula sobre la pared?

5. Un electrón de 9.11×10^{-31} kg de masa tiene una rapidez inicial de 3.00×10^5 m/s. Viaja en línea recta y su rapidez aumenta a 7.00×10^5 m/s en una distancia de 5.00 cm. Si supone que su aceleración es constante, a) determine la fuerza que se ejerce sobre el electrón y b) compare esta fuerza con el peso del electrón, que se ignoró.

6. Una mujer pesa 120 lb. Determine a) su peso en newtons y b) su masa en kilogramos.

7. La distinción entre masa y peso se descubrió después de que Jean Richer transportara relojes de péndulo de Francia a la Guayana Francesa en 1671. Encontró que sistemáticamente los relojes se mueven más lentos ahí. El efecto se invertía cuando los relojes regresaban a Francia. ¿Cuánto peso perdería usted cuando viajara de París, Francia, donde $g = 9.809\,5$ m/s^2, a Cayena, Guayana Francesa, donde $g = 9.780\,8$ m/s^2?

8. Además de su peso, un objeto de 2.80 kg está sometido a otra fuerza constante. El objeto parte del reposo y en 1.20 s experimenta un desplazamiento de $(4.20\hat{\mathbf{i}} - 3.30\hat{\mathbf{j}})$ m/s, donde la dirección de $\hat{\mathbf{j}}$ es la dirección vertical hacia arriba. Determine la otra fuerza.

9. Dos fuerzas $\vec{\mathbf{F}}_1$ y $\vec{\mathbf{F}}_2$ actúan sobre un objeto de 5.00 kg. Si toma $F_1 = 20.0$ N y $F_2 = 15.0$ N, encuentre las aceleraciones en a) y b) de la figura P5.9.

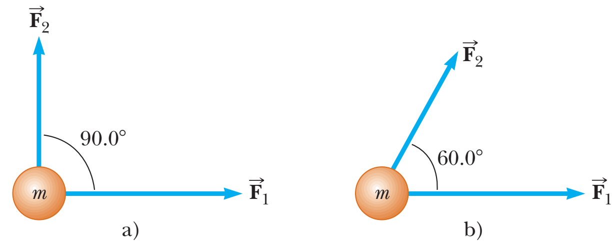


Figura P5.9

10. Se ejercen una o más fuerzas externas sobre cada objeto encerrado en un recuadro con líneas discontinuas en la figura 5.1. Identifique la reacción a cada una de dichas fuerzas.

11. Usted está de pie en el asiento de una silla y luego salta. a) Durante el intervalo de tiempo en el que está en vuelo hacia el suelo, la Tierra se tambalea hacia usted con una aceleración ¿de qué orden de magnitud? En su solución, explique su lógica. Represente a la Tierra como un objeto perfectamente sólido. b) La Tierra se mueve hacia arriba a través de una distancia ¿de qué orden de magnitud?

12. Un ladrillo de masa M está sobre una almohadilla de hule de masa m. Juntos se deslizan hacia la derecha con velocidad constante sobre un estacionamiento cubierto de hielo. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre del ladrillo e identifique cada fuerza que actúa sobre él. b) Dibuje un diagrama de cuerpo libre de la almohadilla e identifique cada fuerza que actúa sobre ella. c) Identifique todos los pares de fuerzas acción–reacción en el sistema ladrillo–almohadilla–planeta.

13. Un bloque de 15.0 lb descansa sobre el suelo. a) ¿Qué fuerza ejerce el suelo sobre el bloque? b) Una cuerda se ata al bloque y se mueve verticalmente sobre una polea. El otro extremo de la cuerda se une a un objeto de 10.0 lb que cuelga libre. ¿Cuál es la fuerza que ejerce el suelo sobre el bloque de 15.0 lb? c) Si se sustituye el objeto de 10.0 lb del inciso b) con un objeto de 20.0 lb, ¿cuál es la fuerza que ejerce el suelo sobre el bloque de 15.0 lb?

14. Tres fuerzas que actúan sobre un objeto se proporcionan por $\vec{\mathbf{F}}_1 = (-2.00\hat{\mathbf{i}} + 2.00\hat{\mathbf{j}})$ N, $\vec{\mathbf{F}}_2 = (5.00\hat{\mathbf{i}} - 3.00\hat{\mathbf{j}})$ N y $\vec{\mathbf{F}}_3$ $(-45.0\,\hat{\mathbf{i}})$ N. El objeto experimenta una aceleración de 3.75 m/s^2 de magnitud. a) ¿Cuál es la dirección de la aceleración? b) ¿Cuál es la masa del objeto? c) Si el objeto inicialmente está en reposo, ¿cuál es su rapidez después de 10.0 s? d) ¿Cuáles son las componentes de velocidad del objeto después de 10.0 s?

Sección 5.7 Algunas aplicaciones de las leyes de Newton

15. La figura P5.15 muestra un trabajador que empuja un bote, un modo de transporte muy eficiente, a través de un lago tranquilo. Empuja paralelo a la longitud de la pértiga ligera y ejerce sobre el fondo del lago una fuerza de 240 N. Suponga que la pértiga se encuentra en el plano vertical que contiene la quilla del bote. En algún momento, la pértiga forma un ángulo de 35.0° con la vertical y el agua ejerce una fuerza de arrastre horizontal de 47.5 N sobre el bote, opuesta a su velocidad hacia adelante de 0.857 m/s de magnitud. La masa del bote, que incluye su carga y al trabajador es de 370 kg. a) El agua ejerce una fuerza de flotación vertical hacia arriba sobre el bote. Encuentre la magnitud de esta fuerza. b) Modele las fuerzas como constantes en un intervalo corto de tiempo para encontrar la velocidad del bote 0.450 s después del momento descrito.

Figura P5.15

16. Un objeto de 3.00 kg es móvil en un plano, con sus coordenadas x y y conocidas mediante $x = 5t^2 - 1$ y $y = 3t^3 + 2$, donde x y y están en metros y t en segundos. Encuentre la magnitud de la fuerza neta que actúa en este objeto en $t = 2.00$ s.

17. La distancia entre dos postes de teléfono es de 50.0 m. Cuando un ave de 1.00 kg se posa sobre el alambre del teléfono a la mitad entre los postes, el alambre se comba 0.200 m. Dibuje un diagrama de cuerpo libre del ave. ¿Cuánta tensión produce el ave en el alambre? Ignore el peso del alambre.

18. Un tornillo de hierro de 65.0 g de masa cuelga de una cuerda de 35.7 cm de largo. El extremo superior de la cuerda está fijo. Sin tocarlo, un imán atrae el tornillo de modo que permanece fijo, desplazado horizontalmente 28.0 cm a la derecha desde la línea vertical previa de la cuerda. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre del tornillo. b) Encuentre la tensión en la cuerda. c) Encuentre la fuerza magnética sobre el tornillo.

19. ● La figura P5.19 muestra las fuerzas horizontales que actúan sobre un bote de vela que se mueve al norte con velocidad constante, visto desde un punto justo arriba de su mástil. A esta rapidez particular, el agua ejerce una fuerza de arrastre de 220 N sobre el casco del bote. a) Elija la dirección x como este y la dirección y como norte. Escriba dos ecuaciones que representen la segunda ley de Newton en componentes. Resuelva las ecuaciones para P (la fuerza que ejerce el viento sobre la vela) y para n (la fuerza que ejerce el agua sobre la quilla). b) Elija la dirección x como 40.0° al noreste y la dirección y como 40.0° al noroeste. Escriba la segunda ley de Newton como dos ecuaciones en la forma componentes y resuelva para n y P. c) Compare sus soluciones. ¿Los resultados concuerdan? ¿Un cálculo es significativamente más sencillo?

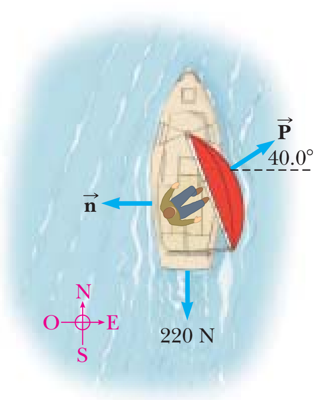


Figura P5.19

20. Un saco de cemento de 325 N de peso cuelga en equilibrio de tres alambres, como se muestra en la figura P5.20. Dos de los alambres forman ángulos $\theta_1 = 60.0°$ y $\theta_2 = 25.0°$ con la horizontal. Si supone que el sistema está en equilibrio, encuentre las tensiones T_1, T_2 y T_3 en los alambres.

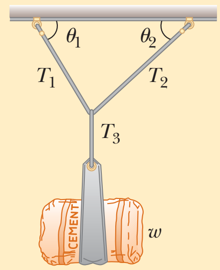


Figura P5.20 Problemas 20 y 21.

21. Un saco de cemento de peso F_g cuelga en equilibrio de tres alambres, como se muestra en la figura P5.20. Dos de los alambres forman ángulos θ_1 y θ_2 con la horizontal. Si supone que el sistema está en equilibrio, demuestre que la tensión en el alambre izquierdo es

$$T_1 = \frac{F_g \cos \theta_2}{\operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)}$$

22. ● Usted es juez en un torneo infantil de volar papalotes, donde dos niños ganarán premios, uno para la cuerda del papalote que jale con más intensidad y el otro para el que jale con menos intensidad. Para medir las tensiones en las cuerdas, pide prestado a su profesor de física un soporte para colgar contrapeso, algunas pesas ranuradas y un transportador, y aplica el siguiente protocolo, como se ilustra en la figura P5.22. Espera a que un niño tenga bien controlado su papalote, coloca el soporte en la cuerda del papalote aproximadamente a 30 cm de la mano del niño, apila las pesas ranuradas hasta que la sección de cuerda esté horizontal, registra las pesas requeridas y el ángulo entre la horizontal y la cuerda que va al papalote. a) Explique cómo funciona este método. Mientras construye su explicación, imagine que los padres del niño le preguntan acerca de su método, al parecer tienen falsas conjeturas acerca de su habilidad sin evidencias concretas, y su explicación es una oportunidad para darles confianza en su técnica de evaluación. b) Encuentre la tensión de la cuerda si la masa es 132 g y el ángulo de la cuerda del papalote es 46.3°.

Figura P5.22

23. Los sistemas que se muestran en la figura P5.23 están en equilibrio. Si las balanzas de resorte se calibran en newtons, ¿qué lectura indica en cada caso? Ignore las masas de las poleas y cuerdas, y suponga que las poleas y el plano inclinado en el inciso d) no tienen fricción.

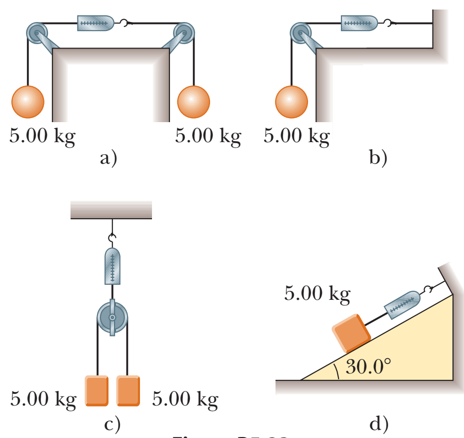


Figura P5.23

24. Dibuje un diagrama de cuerpo libre de un bloque que se desliza hacia abajo por un plano sin fricción que tiene una inclinación $\theta = 15.0°$. El bloque parte del reposo en lo alto, y la longitud del plano es 2.00 m. Encuentre a) la aceleración del bloque y b) su rapidez cuando llega al fondo del plano inclinado.

25. Se observa que un objeto de 1.00 kg tiene una aceleración de 10.0 m/s² en una dirección a 60.0° al noreste (figura P5.25). La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_2$ que se ejerce sobre el objeto tiene una magnitud de 5.00 N y se dirige al norte. Determine la magnitud y dirección de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_1$ que actúa sobre el objeto.

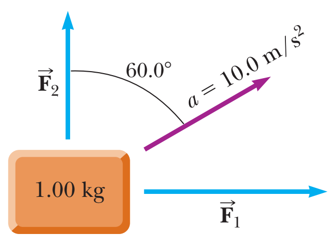


Figura P5.25

26. Un objeto de 5.00 kg colocado sobre una mesa horizontal sin fricción se conecta a una cuerda que pasa sobre una polea y después se une a un objeto colgante de 9.00 kg, como se muestra en la figura P5.26. Dibuje diagramas de cuerpo libre de ambos objetos. Encuentre la aceleración de los dos objetos y la tensión en la cuerda.

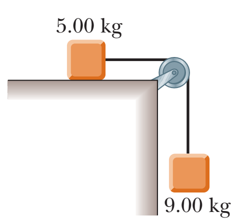


Figura P5.26 Problemas 26 y 41.

27. La figura P5.27 muestra la rapidez del cuerpo de una persona mientras hace unas barras. Suponga que el movimiento es vertical y que la masa del cuerpo de la persona es 64.0 kg. Determine la fuerza que ejerce la barra sobre cuerpo en el tiempo a) cero, b) 0.5 s, c) 1.1 s y d) 1.6 s.

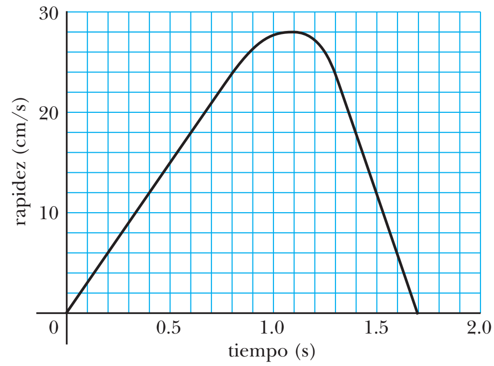


Figura P5.27

28. Dos objetos se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción, como se muestra en la figura P5.28. Dibuje diagramas de cuerpo libre de ambos objetos. Si supone que el plano no tiene fricción, $m_1 = 2.00$ kg, $m_2 = 6.00$ kg y $\theta = 55.0°$, encuentre a) las aceleraciones de los objetos, b) la tensión en la cuerda y c) la rapidez de cada objeto 2.00 s después de que se liberan desde el reposo.

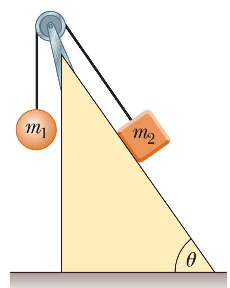


Figura P5.28

29. A un bloque se le da una velocidad inicial de 5.00 m/s hacia arriba de un plano inclinado de 20.0° sin fricción. ¿Hasta donde se desliza el bloque hacia arriba del plano antes de llegar al reposo?

30. En la figura P5.30, el hombre y la plataforma juntos pesan 950 N. La polea se puede modelar sin fricción. Determine cuán fuerte tiene que jalar de la cuerda el hombre para elevarse a sí mismo de manera estable hacia arriba sobre el suelo. (¿O es imposible? Si es así, explique por qué.)


Figura P5.30

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

31. En el sistema que se muestra en la figura P5.31, una fuerza horizontal $\vec{\mathbf{F}}_x$ actúa sobre el objeto de 8.00 kg. La superficie horizontal no tiene fricción. Examine la aceleración del objeto deslizante como una función de F_x. a) ¿Para qué valores de F_x el objeto de 2.00 kg acelera hacia arriba? b) ¿Para qué valores de F_x la tensión en la cuerda es cero? c) Grafique la aceleración del objeto de 8.00 kg en función de F_x. Incluya valores de F_x desde -100 N hasta $+100$ N.

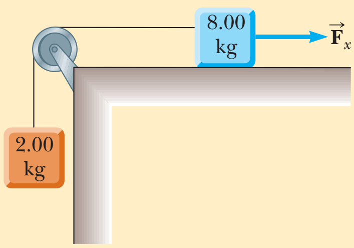


Figura P5.31

32. Un objeto de masa m_1 sobre una mesa horizontal sin fricción se conecta a un objeto de masa m_2 por medio de una polea muy ligera P_1 y una polea fija ligera P_2, como se muestra en la figura P5.32. a) Si a_1 y a_2 son las aceleraciones de m_1 y m_2, respectivamente, ¿cuál es la relación entre dichas aceleraciones? Exprese b) las tensiones en las cuerdas y c) las aceleraciones a_1 y a_2 en términos de g y de las masas m_1 y m_2.

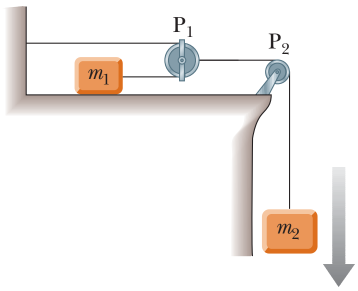


Figura P5.32

33. Un hombre de 72.0 kg está de pie sobre una báscula de resorte en un elevador. A partir del reposo, el elevador asciende y logra su rapidez máxima de 1.20 m/s en 0.800 s. Viaja con esta rapidez constante durante los siguientes 5.00 s. En tal caso el elevador se somete a una aceleración uniforme en la dirección y negativa durante 1.50 s y llega al reposo. ¿Qué registra la báscula a) antes de que el elevador comience a moverse, b) durante los primeros 0.800 s, c) mientras el elevador viaja con rapidez constante y d) durante el intervalo de tiempo que disminuye su velocidad?

34. En la máquina de Atwood que se muestra en la figura 5.14a, $m_1 = 2.00$ kg y $m_2 = 7.00$ kg. Las masas de la polea y la cuerda son despreciables si se les compara. La polea gira sin fricción y la cuerda no se estira. El objeto más ligero se libera con un empujón rápido que lo pone en movimiento a $v_i = 2.40$ m/s hacia abajo. a) ¿Qué distancia descenderá m_1 abajo de su nivel inicial? b) Encuentre la velocidad de m_1 después de 1.80 segundos.

Sección 5.8 Fuerzas de fricción

35. Un automóvil viaja a 50.0 mi/h en una autopista. a) Si el coeficiente de fricción estática entre camino y llantas en un día lluvioso es 0.100, ¿cuál es la distancia mínima en la que el automóvil se detendrá? b) ¿Cuál es la distancia de frenado cuando la superficie está seca y $\mu_s = 0.600$?

36. Un bloque de 25.0 kg al inicio está en reposo sobre una superficie horizontal. Se requiere una fuerza horizontal de 75.0 N para poner al bloque en movimiento, después de la cual se requiere una fuerza horizontal de 60.0 N para mantener al bloque en movimiento con rapidez constante. Hallar los coeficientes de fricción estática y cinética a partir de esta información.

37. Su libro de física de 3.80 kg está junto a usted sobre el asiento horizontal de su automóvil. El coeficiente de fricción estática entre el libro y el asiento es 0.650, y el coeficiente de fricción cinética es 0.550. Suponga que viaja a 72.0 km/h = 20.0 m/s y frena hasta detenerse sobre una distancia de 45.0 m. a) ¿El libro comenzará a deslizarse sobre el asiento? b) ¿Qué fuerza ejerce el asiento sobre el libro en este proceso?

38. ● Antes de 1960, se creía que el máximo coeficiente de fricción estática alcanzable para la llanta de un automóvil era menor que 1. Después, alrededor de 1962, tres compañías desarrollaron, cada una, llantas de carreras con coeficientes de 1.6. Desde aquella ocasión, las llantas se han mejorado, como se ilustra en este problema. De acuerdo con el *Libro de récords Guinness* de 1990, el intervalo de tiempo más rápido para un automóvil con motor de pistones inicialmente en reposo para cubrir una distancia de un cuarto de milla es 4.96 s. Shirley Muldowney estableció este récord en septiembre de 1989. a) Suponga que las llantas traseras levantaron las delanteras del pavimento, como se muestra en la figura P5.38. ¿Qué valor mínimo de μ_s es necesario para lograr el intervalo de tiempo récord? b) Suponga que Muldowney tenía posibilidad de duplicar la potencia de su motor, y mantener otras cosas iguales. ¿Cómo afectaría este cambio al intervalo de tiempo?

Jaime Squire/Allsport/Getty Images

Figura P5.38

39. Un bloque de 3.00 kg parte del reposo en lo alto de un plano inclinado 30.0° y se desliza una distancia de 2.00 m hacia abajo por el plano en 1.50 s. Encuentre a) la magnitud de la aceleración del bloque, b) el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano, c) la fuerza de fricción que actúa sobre el bloque y d) la rapidez del bloque después de deslizar 2.00 m.

40. Una mujer en un aeropuerto jala su maleta de 20.0 kg con rapidez constante al jalar de una correa en un ángulo θ sobre la horizontal (figura P5.40). Ella jala de la correa con una fuerza de 35.0 N. La fuerza de fricción sobre la maleta es 20.0 N. Dibuje un diagrama de cuerpo libre de la maleta. a) ¿Qué ángulo forma la correa con la horizontal? b) ¿Qué fuerza normal ejerce el suelo sobre la maleta?

Figura P5.40

41. Un objeto suspendido de 9.00 kg se conecta, mediante una cuerda ligera inextensible sobre una polea ligera sin fricción, a un bloque de 5.00 kg que se desliza sobre una mesa plana (figura P5.26). Si toma el coeficiente de fricción cinética como 0.200, encuentre la tensión en la cuerda.

42. Tres objetos se conectan sobre una mesa como se muestra en la figura P5.42. La mesa rugosa tiene un coeficiente de fricción cinética de 0.350. Los objetos tienen masas de 4.00 kg, 1.00 kg y 2.00 kg, como se muestra, y las poleas no tienen fricción. Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada objeto. a) Determine la aceleración de cada objeto y sus direcciones. b) Determine las tensiones en las dos cuerdas.

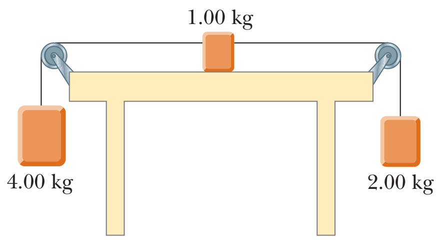


Figura P5.42

43. Dos bloques unidos mediante una cuerda de masa despreciable se arrastran mediante una fuerza horizontal (figura P5.43). Suponga que $F = 68.0$ N, $m_1 = 12.0$ kg, $m_2 = 18.0$ kg y el coeficiente de fricción cinética entre cada bloque y la superficie es 0.100. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada bloque. b) Determine la tensión T y la magnitud de la aceleración del sistema.

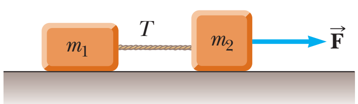


Figura P5.43

44. ● Un bloque de 3.00 kg de masa es empujado contra una pared mediante una fuerza $\vec{\mathbf{P}}$ que forma un ángulo $\theta = 50.0°$ con la horizontal, como se muestra en la figura P5.44. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y la pared es 0.250. a) Determine los valores posibles para la magnitud de $\vec{\mathbf{P}}$ que permiten al bloque permanecer fijo. b) Describa qué sucede si $|\vec{\mathbf{P}}|$ tiene un valor mayor y qué ocurre si es más pequeño. c) Repita los incisos a) y b) suponiendo que la fuerza forma un ángulo $\theta = 13.0°$ con la horizontal.

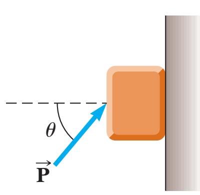


Figura P5.44

45. ● Un bloque de 420 kg está en reposo sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y la superficie es 0.720, y el coeficiente de fricción cinética es 0.340. Una fuerza de magnitud P empuja el bloque hacia adelante y abajo como se muestra en la figura P5.45. Suponga que la fuerza se aplica a un ángulo de 37.0° bajo la horizontal. a) Encuentre la aceleración del bloque como función de P. b) Si $P = 5.00$ N, encuentre la aceleración y la fuerza de fricción que se ejerce sobre el bloque. c) Si $P = 10.0$ N, encuentre la aceleración y la fuerza de fricción que se ejerce sobre el bloque. d) De palabra describa cómo depende la aceleración relacionada con P. ¿Existe una aceleración mínima definida para el bloque? Si es así, ¿cuál es? ¿Existe un máximo definido?

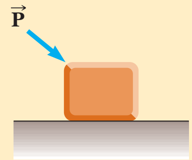


Figura P5.45

46. **Problema de repaso.** Un lado del techo de un edificio se eleva a 37.0°. Un estudiante lanza un frisbee hacia el techo. Golpea con una rapidez de 15.0 m/s, no rebota y luego se desliza en línea recta hacia arriba del plano inclinado. El coeficiente de fricción cinética entre el plástico y el techo es 0.400. El frisbee se desliza 10.0 m hacia arriba del techo hasta su pico, donde entra en caída libre siguiendo una trayectoria parabólica con resistencia de aire despreciable. Determine la altura máxima que el frisbee alcanza arriba del punto donde golpeó al techo.

47. La tabla entre otras dos tablas en la figura P5.47 pesa 95.5 N. Si el coeficiente de fricción entre los tableros es 0.663, ¿cuál debe ser la magnitud de las fuerzas de compresión (supuestas horizontales) que actúan sobre ambos lados del tablero central para evitar que se deslice?

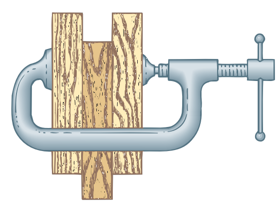


Figura P5.47

48. Un mago jala un mantel de abajo de una taza de 200 g ubicada a 30.0 cm del borde de la mesa. El mantel ejerce una fuerza de fricción de 0.100 N sobre la taza y el mantel se jala con una aceleración constante de 3.00 m/s^2. ¿Cuánto se mueve la taza en relación con la mesa horizontal antes de que el mantel esté completamente afuera debajo de ella? Note que el mantel debe moverse más de 30 cm en relación con la mesa durante el proceso.

49. ● Un paquete de platos (60.0 kg de masa) se asienta en la plataforma de una camioneta pickup con una compuerta abierta. El coeficiente de fricción estática entre el paquete y la plataforma de la camioneta es 0.300, y el coeficiente de fricción cinética es 0.250. a) La camioneta acelera hacia adelante sobre suelo a nivel. ¿Cuál es la aceleración máxima que puede tener la camioneta de modo que el paquete no se deslice en relación con la plataforma de la camioneta? b) Apenas la camioneta supera esta aceleración y enseguida se mueve con aceleración constante, con el paquete deslizándose a lo largo de su plataforma. ¿Cuál es la aceleración del paquete en relación con el suelo? c) El conductor limpia los fragmentos de platos y comienza de nuevo con un paquete idéntico con la camioneta en reposo. La camioneta acelera sobre una colina inclinada a

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

10.0° con la horizontal. ¿Ahora cuál es la aceleración máxima que puede tener la camioneta tal que el paquete no se deslice en relación con la plataforma? d) Cuando la camioneta supera esta aceleración, ¿cuál es la aceleración del paquete en relación con el suelo? e) Para la camioneta estacionada en reposo sobre una colina, ¿cuál es la pendiente máxima que puede tener la colina tal que el paquete no se deslice? f) ¿Alguna pieza de datos es innecesaria para la solución en todas los incisos de este problema? Explique.

Problemas adicionales

50. Las siguientes ecuaciones describen el movimiento de un sistema de dos objetos:

$$+n - (6.50 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)\cos 13.0° = 0$$

$$f_k = 0.360n$$

$$+T + (6.50 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) \text{ sen } 13.0° - f_k = (6.50 \text{ kg})a$$

$$-T + (3.80 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = (3.80 \text{ kg})a$$

a) Resuelva las ecuaciones para a y T. b) Describa una situación a la que se apliquen estas ecuaciones. Dibuje diagramas de cuerpo libre para ambos objetos.

51. Un niño inventivo llamado Niels quiere alcanzar una manzana pendiente en un árbol sin escalar. Sentado en una silla unida a una soga que pasa sobre una polea sin fricción (figura P5.51), Niels jala sobre el extremo suelto de la soga con tal fuerza que la balanza de resorte lee 250 N. El verdadero peso de Niels es 320 N y la silla pesa 160 N. a) Dibuje diagramas de cuerpo libre para Niels y la silla considerada como sistemas separados, y otro diagrama para Niels y la silla considerados como un sistema. b) Muestre que la aceleración del sistema es *hacia arriba* y encuentre su magnitud. c) Encuentre la fuerza que Niels ejerce sobre la silla.

Figura P5.51 Problemas 51 y 52.

52. ● En la situación descrita en el problema 51 y la figura P5.51, las masas de la soga, balanza y polea son despreciables. Los pies de Niels no tocan el suelo. a) Suponga que Niels está momentáneamente en reposo cuando deja de jalar la soga hacia abajo y pasa el extremo de la soga a otro niño, de 440 N de peso, que está de pie en el suelo junto a él. La soga no se rompe. Describa el movimiento resultante. b) En vez de ello, suponga que Niels está momentáneamente en reposo cuando amarra el extremo de la soga a una saliente en forma de gancho resistente que se deriva del tronco del árbol. Explique por qué esta acción puede hacer que la cuerda se rompa.

53. Una fuerza dependiente del tiempo, $\vec{\mathbf{F}} = (8.00\hat{\mathbf{i}} - 4.00t\hat{\mathbf{j}})$ N, donde t está en segundos, se ejerce sobre un objeto de 2.00 kg inicialmente en reposo. a) ¿En qué tiempo el objeto se moverá con una rapidez de 15.0 m/s? b) ¿A qué distancia está el objeto de su posición inicial cuando su rapidez es 15.0 m/s? c) ¿A través de qué desplazamiento total el objeto viajó en este momento?

54. ● Tres bloques están en contacto mutuo sobre una superficie horizontal sin fricción, como se muestra en la figura P5.54. A m_1 se le aplica una fuerza horizontal $\vec{\mathbf{F}}$. Tome $m_1 = 2.00$ kg, $m_2 = 3.00$ kg, $m_3 = 4.00$ kg y $F = 18.0$ N. Dibuje un diagrama de cuerpo libre por separado para cada bloque y encuentre a) la aceleración de los bloques, b) la fuerza *resultante* sobre cada bloque y c) las magnitudes de las fuerzas de contacto entre los bloques. d) Usted trabaja en un proyecto de construcción. Un colaborador clava cartón–yeso en un lado de un separador ligero y usted está en el lado opuesto, proporcionando "respaldo" al apoyarse contra la pared con su espalda, empujando sobre ella. Cada golpe de martillo hace que su espalda sufra un pinchazo. El supervisor lo ayuda al poner un pesado bloque de madera entre la pared y su espalda. Use la situación analizada en los incisos a), b) y c) como modelo, y explique cómo este cambio funciona para hacer su trabajo más confortable.

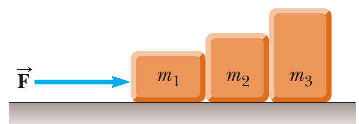


Figura P5.54

55. ● Una soga con masa m_1 se une al borde frontal inferior de un bloque con 4.00 kg de masa. Tanto la soga como el bloque están en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción. La soga no se estira. El extremo libre de la soga se jala con una fuerza horizontal de 12.0 N. a) Encuentre la aceleración del sistema, como dependiente de m_1. b) Encuentre la magnitud de la fuerza que ejerce la soga sobre el bloque, como dependiente de m_1. c) Evalúe la aceleración y la fuerza sobre el bloque para $m_1 = 0.800$ kg. *Sugerencia:* Puede encontrar más fácil hacer el inciso c) antes que los incisos a) y b).

¿Qué pasaría si? d) ¿Qué ocurre a la fuerza sobre el bloque mientras la masa de la soga crece más allá de todo límite? e) ¿Qué ocurre a la fuerza sobre el bloque conforme la masa de la soga tiende a cero? f) ¿Qué teorema puede establecer acerca de la tensión en una cuerda *ligera* que une un par de objetos en movimiento?

56. Un deslizador de aluminio negro flota sobre una película de aire en una pista de aire de aluminio a nivel. En esencia, el aluminio no siente fuerza en un campo magnético y la resistencia del aire es despreciable. Un imán intenso se une a lo alto del deslizador y forma una masa total de 240 g. Un trozo de chatarra de hierro unido a un tope en la pista atrae al imán con una fuerza de 0.823 N cuando el hierro y el imán están separados 2.50 cm. a) Encuentre la aceleración del deslizador en este instante. b) La chatarra de hierro ahora se une a otro deslizador verde y forma una masa total de 120 g. Encuentre la aceleración de cada deslizador cuando se liberan simultáneamente a 2.50 cm de separación.

57. Un objeto de masa M se mantiene en lugar mediante una fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ y un sistema de polea como se muestra en la figura P5.57. Las poleas no tienen masa ni fricción. Encuentre a) la tensión en cada sección de cuerda, T_1, T_2, T_3, T_4 y T_5 y b) la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}$. *Sugerencia:* Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada polea.

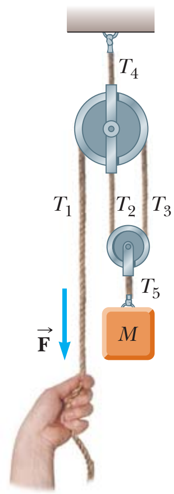


Figura P5.57

58. ● Un bloque de 2.20 kg de masa se acelera a través de una superficie rugosa mediante una cuerda ligera que pasa sobre una pequeña polea, como se muestra en la figura P5.58. La tensión T en la cuerda se mantiene en 10.0 N y la polea está a 0.100 m sobre la cara superior del bloque. El coeficiente de fricción cinética es 0.400. a) Determine la aceleración del bloque cuando $x = 0.400$ m. b) Describa el comportamiento general de la aceleración conforme el bloque se desliza desde una posición donde x es mayor que $x = 0$. c) Encuentre el valor máximo de la aceleración y la posición x para la que ocurre. d) Encuentre el valor de x para el que la aceleración es cero.

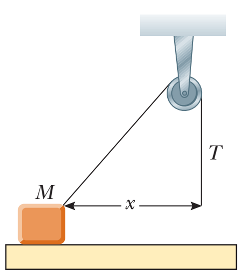


Figura P5.58

59. ● Estudiantes de física universitarios quedaron en primero y segundo lugares en un concurso y están en los muelles, observando cómo descargan sus premios de un contenedor. En un solo cable vertical ligero que no se estira, una grúa levanta un Ferrari de 1 207 kg y, bajo él, un BMW Z8 rojo de 1 461 kg. El Ferrari se mueve hacia arriba con 3.50 m/s de rapidez y 1.25 m/s^2 de aceleración. a) ¿Cómo se comparan la velocidad y la aceleración del BMW con las del Ferrari? b) Encuentre la tensión en el cable entre el BMW y el Ferrari. c) Encuentre la tensión en el cable sobre el Ferrari. d) En el modelo, ¿cuál es la fuerza total que se ejerce sobre la sección de cable entre los autos? ¿Qué velocidad predice para ella 0.01 s en lo sucesivo? Explique el movimiento de esta sección de cable en términos de causa y efecto.

60. Un bloque de aluminio de 2.00 kg y un bloque de cobre de 6.00 kg se conectan mediante una cuerda ligera sobre una polea sin fricción. Se asientan sobre una superficie de acero, como se muestra en la figura P5.60, donde $\theta = 30.0°$. Cuando se liberan desde el reposo, ¿comenzarán a moverse? Si es así, determine a) su aceleración y b) la tensión en la cuerda. Si no, determine la suma de las magnitudes de las fuerzas de fricción que actúan sobre los bloques.

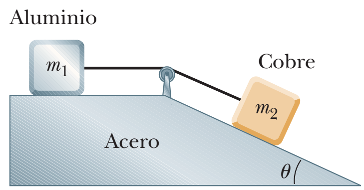


Figura P5.60

61. Una caja de peso F_g es empujada mediante una fuerza $\vec{\mathbf{P}}$ sobre un piso horizontal. a) El coeficiente de fricción estática es μ_s, y $\vec{\mathbf{P}}$ se dirige a un ángulo θ bajo la horizontal. Muestre que el valor mínimo de P que moverá la caja está dado por

$$P = \frac{\mu_s F_g \sec\theta}{1 - \mu_s \tan\theta}$$

b) Encuentre el valor mínimo de P que puede producir movimiento cuando $\mu_s = 0.400$, $F_g = 100$ N y $\theta = 0°$, 15.0°, 30.0°, 45.0° y 60.0°.

62. **Problema de repaso.** Un bloque de masa $m = 2.00$ kg se libera desde el reposo en $h = 0.500$ m sobre la superficie de una mesa, en lo alto de un plano inclinado de $\theta = 30.0°$, como se muestra en la figura P5.62. El plano sin fricción está fijo sobre una mesa de altura $H = 2.00$ m. a) Determine la aceleración del bloque mientras se desliza por el plano. b) ¿Cuál es la velocidad del bloque cuando deja el plano? c) ¿A qué distancia de la mesa el bloque golpeará el suelo? d) ¿Qué intervalo de tiempo transcurre entre la liberación del bloque y su golpe en el suelo? e) ¿La masa del bloque afecta alguno de los cálculos anteriores?

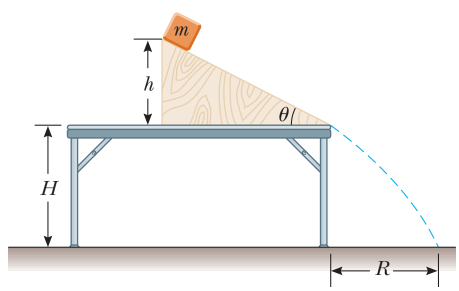


Figura P5.62 Problemas 62 y 68.

63. ● Un cojín neumático de masa m se libera desde el reposo en lo alto de un edificio que tiene altura h. Un viento que sopla a lo largo del lado del edificio ejerce una fuerza horizontal constante de magnitud F sobre el cojín conforme cae, como se muestra en la figura P5.63. El aire no ejerce fuerza vertical. a) Demuestre que la trayectoria del cojín es una línea recta. b) ¿El cojín cae con velocidad constante? Explique. c) Si $m = 1.20$ kg,

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

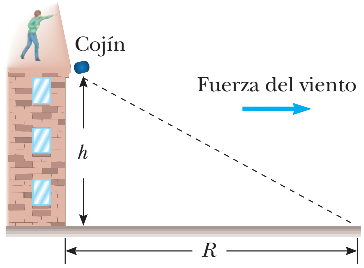


Figura P5.63

$h = 8.00$ m y $F = 2.40$ N, ¿a qué distancia del edificio el cojín golpeará el nivel del suelo? **¿Qué sucedería...?** d) Si el cojín se lanza hacia abajo con una rapidez distinta de cero, desde lo alto del edificio, ¿cuál será la forma de su trayectoria? Explique.

64. A un estudiante se le pide medir la aceleración de un carretón sobre un plano inclinado "sin fricción", como se muestra en la figura 5.11, con el uso de una pista de aire, un cronómetro y una regleta graduada. La altura del plano se mide en 1.774 cm, y la longitud total del plano se mide en $d = 127.1$ cm. Por tanto, el ángulo de inclinación θ se determina a partir de la relación sen $\theta = 1.774/127.1$. El carretón se libera desde el reposo en lo alto del plano y su posición x a lo largo del plano se mide como función del tiempo, donde $x = 0$ se refiere a la posición inicial del automóvil. Para valores x de 10.0 cm, 20.0 cm, 35.0 cm, 50.0 cm, 75.0 cm y 100 cm, los tiempos medidos a los que se alcanzan estas posiciones (promediados sobre cinco corridas) son 1.02 s, 1.53 s, 2.01 s, 2.64 s, 3.30 s y 3.75 s, respectivamente. Construya una gráfica de x contra t^2 y realice a los datos un ajuste lineal por mínimos cuadrados. Determine la aceleración del carretón a partir de la pendiente de esta gráfica y compárela con el valor que obtendría al usar $a = g$ sen θ, donde $g = 9.80$ m/s^2.

65. Una tostadora de 1.30 kg no está conectada. El coeficiente de fricción estática entre la tostadora y un mostrador horizontal es 0.350. Para hacer que la tostadora comience a moverse, usted jala descuidadamente su cordón eléctrico. a) para que la tensión en el cordón sea tan pequeña como sea posible, ¿en qué ángulo sobre la horizontal debe jalar? b) Con este ángulo, ¿qué tan grande debe ser la tensión?

66. ● En la figura P5.66, las poleas y las cuerdas son ligeras, todas las superficies son sin fricción y las cuerdas no se estiran. a) ¿Cómo se compara la aceleración del bloque 1 con la aceleración del bloque 2? Explique su razonamiento. b) La masa del bloque 2 es 1.30 kg. Encuentre su aceleración dependiente de la masa m_1 del bloque 1. c) Evalúe su respuesta para $m_1 = 0.550$ kg. *Sugerencia:* Puede encontrar más fácil hacer el inciso c) antes que el inciso b). **¿Qué sucedería...?** d) ¿Qué predice el resultado del inciso b) si m_1 es mucho menor que 1.30 kg? e) ¿Qué predice el resultado del inciso b) si m_1 tiende a infinito? f) ¿Cuál es la tensión en la cuerda larga en este último caso? g) ¿Podría anticipar las respuestas d), e) y f) sin hacer primero el inciso b)? Explique.

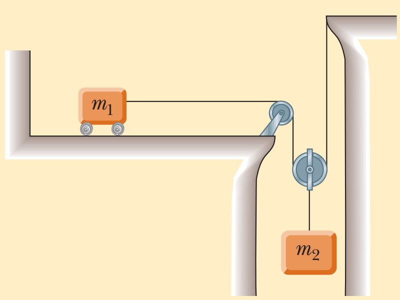


Figura P5.66

67. ¿Qué fuerza horizontal se debe aplicar al automóvil que se muestra en la figura P5.67 de modo que los bloques permanezcan fijos en relación con el carretón? Suponga que todas las superficies, ruedas y poleas no tienen fricción. Observe que la fuerza que ejerce la cuerda acelera m_1.

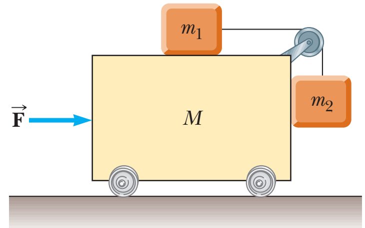


Figura P5.67

68. En la figura P5.62, el plano inclinado tiene masa M y se une a la mesa horizontal fija. El bloque de masa m se coloca cerca del fondo del plano y se libera con un rápido empujón que lo hace deslizar hacia arriba. El bloque se detiene cerca de lo alto del plano, como se muestra en la figura, y luego se desliza hacia abajo de nuevo, siempre sin fricción. Encuentre la fuerza que la mesa ejerce sobre el plano a lo largo de este movimiento.

69. Una van acelera hacia bajo de una colina (figura P5.69), y va desde el reposo a 30.0 m/s en 6.00 s. Durante la aceleración, un juguete ($m = 0.100$ kg) cuelga mediante una cuerda del techo de la van. La aceleración es tal que la cuerda permanece perpendicular al techo. Determine a) el ángulo θ y b) la tensión en la cuerda.

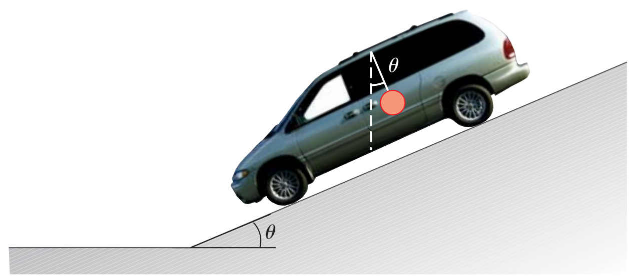


Figura P5.69

70. Un objeto de 8.40 kg se desliza hacia abajo por un plano inclinado fijo sin fricción. Use una computadora para determinar y tabular la fuerza normal que se ejerce sobre el objeto y su aceleración para una serie de ángulos de inclinación (medidos desde la horizontal) que varían de 0° a 90° en incrementos de 5°. Trace una gráfica de la fuerza normal y la aceleración como funciones del ángulo de inclinación. En los casos límite de 0° y 90°, ¿sus resultados son consistentes con el comportamiento conocido?

71. Un móvil se forma al soportar cuatro mariposas metálicas de igual masa m de una cuerda de longitud L. Los puntos de soporte están igualmente espaciados una distancia ℓ, como se muestra en la figura P5.71. La cuerda forma un ángulo θ_1 con el techo en cada punto final. La sección central de la cuerda es horizontal. a) Encuentre la tensión en cada sección de cuerda en términos de θ_1, m y g. b) Encuentre el ángulo θ_2, en términos de θ_1, que las secciones de cuerda entre las mariposas exteriores y las mariposas interiores forman con la horizontal. c) Demuestre que la distancia D entre los puntos extremos de la cuerda es

$$D = \frac{L}{5}\left(2\cos\theta_1 + 2\cos\left[\tan^{-1}\left(\tfrac{1}{2}\tan\theta_1\right)\right] + 1\right)$$

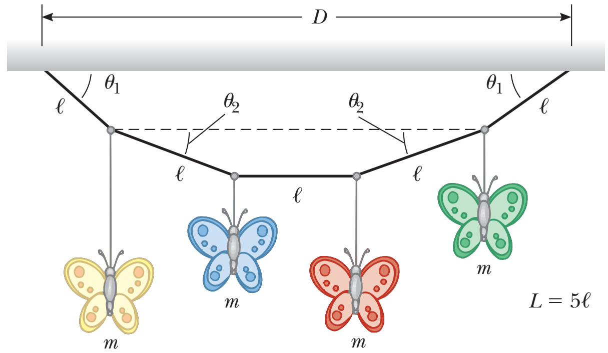


Figura P5.71

Respuestas a las preguntas rápidas

5.1 d). La opción a) es verdadera. La primera ley de Newton dice que el movimiento no requiere fuerza: un objeto en movimiento continúa moviéndose a velocidad constante en ausencia de fuerzas externas. La opción b) también es verdadera. Un objeto fijo puede tener muchas fuerzas actuando sobre él, pero si la suma vectorial de todas estas fuerzas externas es cero, no hay fuerza neta y el objeto permanece fijo.

5.2 a). Si actúa una sola fuerza, esta fuerza constituye la fuerza neta y existe una aceleración de acuerdo con la segunda ley de Newton.

5.3 d). Con el doble de fuerza, el objeto experimentará el doble de aceleración. Puesto que la fuerza es constante, la aceleración es constante, y la rapidez del objeto (que parte del reposo) está dada por $v = at$. Con el doble de aceleración, el objeto llegará a la rapidez v en la mitad de tiempo.

5.4 b). Puesto que el valor de g es más pequeño en la Luna que en la Tierra, se requeriría más masa de oro para representar 1 newton de peso en la Luna. Por lo tanto, su amigo en la Luna es más rico, ¡por un factor aproximado de 6!

5.5 **i)**, c). En concordancia con la tercera ley de Newton, la mosca y el autobús experimentan fuerzas que son iguales en magnitud pero opuestas en dirección. **ii)**, a). Puesto que la mosca tiene una masa mucho muy pequeña, la segunda ley de Newton dice que experimenta una aceleración muy grande. La gran masa del autobús significa que resiste más efectivamente cualquier cambio en su movimiento y muestra una aceleración pequeña.

5.6 b). La fuerza de fricción actúa opuesta a la fuerza gravitacional sobre el libro para mantenerlo en equilibrio. Puesto que la fuerza gravitacional es hacia abajo, la fuerza de fricción debe ser hacia arriba.

5.7 b). Cuando se jala con la soga, hay una componente de su fuerza aplicada que es hacia arriba, lo que reduce la fuerza normal entre el trineo y la nieve. A su vez, la fuerza de fricción entre el trineo y la nieve se reduce, lo que hace que el trineo sea más fácil de mover. Si usted empuja por detrás con una fuerza con un componente hacia abajo, la fuerza normal es mayor, la fuerza de fricción es más grande y el trineo es más difícil de mover.

Los pasajeros en una montaña rusa “serpenteante” experimentan una fuerza radial hacia el centro de la pista circular y una fuerza hacia abajo debida a la gravedad. (Robin Smith/Getty Images)

6 Movimiento circular y otras aplicaciones de las leyes de Newton

En el capítulo anterior se presentaron y se aplicaron las leyes de movimiento de Newton a situaciones que suponen movimiento lineal. Ahora se analiza un movimiento que es un poco más complejo. Se aplicarán las leyes de Newton a objetos que viajan en trayectorias circulares. También se discutirá el movimiento que se observa desde un marco de referencia acelerado y el movimiento de un objeto a través de un medio viscoso. En mayor medida, este capítulo consiste en una serie de ejemplos seleccionados para ilustrar la aplicación de las leyes de Newton a varias circunstancias.

6.1 Segunda ley de Newton para una partícula en movimiento circular uniforme

En la sección 4.4 se discutió el modelo de una partícula en movimiento circular uniforme, en el que una partícula se traslada con una rapidez constante v en una trayectoria circular de radio r. La partícula experimenta una aceleración que tiene una magnitud

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

La aceleración se llama *aceleración centrípeta* porque $\vec{\mathbf{a}}_c$ se dirige hacia el centro del círculo. Además, $\vec{\mathbf{a}}_c$ *siempre* es perpendicular a $\vec{\mathbf{v}}$. (Si hubiera un componente de aceleración paralelo a $\vec{\mathbf{v}}$, la rapidez de la partícula cambiaría.)

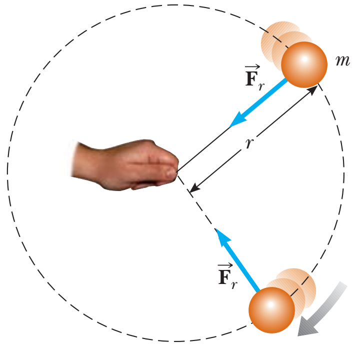


Figura 6.1 Vista superior de una bola móvil en una trayectoria circular en un plano horizontal. Una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_r$ dirigida hacia el centro del círculo mantiene a la bola móvil en su trayectoria circular.

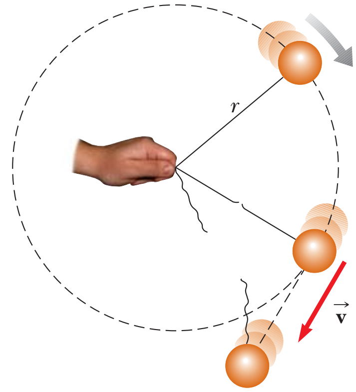


Figura 6.2 Vista superior de una bola móvil en una trayectoria circular en un plano horizontal. Cuando la cuerda se rompe, la bola se traslada en dirección tangente al círculo.

Ahora se incorpora el concepto de fuerza en la partícula en el modelo de movimiento circular uniforme. Examine una bola de masa m que se amarra a una cuerda de longitud r para hacerla girar con rapidez constante en una trayectoria circular horizontal, como se ilustra en la figura 6.1. Su peso se sostiene mediante una mesa sin fricción. ¿Por qué la bola se traslada en un círculo? De acuerdo con la primera ley de Newton, la bola se movería en una línea recta si no hubiese fuerza en ella; sin embargo, la cuerda evita el movimiento a lo largo de una línea recta al ejercer en la bola una fuerza radial $\vec{\mathbf{F}}_r$ que la hace seguir la trayectoria circular. Esta fuerza se dirige a lo largo de la cuerda hacia el centro del círculo, como se muestra en la figura 6.1.

Si se aplica la segunda ley de Newton a lo largo de la dirección radial, la fuerza neta que causa la aceleración centrípeta se relaciona con la aceleración del modo siguiente:

Fuerza que causa aceleración centrípeta ▶

$$\sum F = ma_c = m\frac{v^2}{r} \tag{6.1}$$

Una fuerza que causa una aceleración centrípeta actúa hacia el centro de la trayectoria circular y genera un cambio en la dirección del vector velocidad. Si dicha fuerza desapareciera, el objeto ya no se movería en su trayectoria circular; en vez de ello, se movería a lo largo de una trayectoria en línea recta tangente al círculo. Esta idea se ilustra en la figura 6.2 para la bola que gira al final de una cuerda en un plano horizontal. Si la cuerda se rompe en algún instante, la bola se mueve a lo largo de la trayectoria en línea recta que es tangente al círculo en la posición de la bola en ese instante.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 6.1

Dirección de viaje cuando la cuerda se corta

Estudie la figura 6.2 con atención. Muchos estudiantes (de manera errónea) piensan que la bola se moverá *radialmente*, alejándose del centro del círculo cuando la cuerda se corte. La velocidad de la bola es *tangente* al círculo. Por la primera ley de Newton, la bola continúa móvil en la misma dirección en la que se movía justo cuando desaparece la fuerza de la cuerda.

Pregunta rápida 6.1 Usted viaja en una rueda de la fortuna que gira con rapidez constante. La cabina en la que viaja siempre mantiene su orientación correcta hacia arriba; no se invierte. **i)** ¿Cuál es la dirección de la fuerza normal sobre usted desde el asiento cuando está en lo alto de la rueda? a) hacia arriba, b) hacia abajo, c) imposible de determinar. **ii)** De las mismas opciones, ¿cuál es la dirección de la fuerza neta sobre usted cuando está en lo alto de la rueda?

EJEMPLO 6.1 El péndulo cónico

Una pequeña bola de masa m se suspende de una cuerda de longitud L. La bola da vueltas con rapidez constante v en un círculo horizontal de radio r, como se muestra en la figura 6.3. (Puesto que la cuerda hace un recorrido de la superficie en forma de cono, el sistema se conoce como *péndulo cónico*.) Encuentre una expresión para v.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Examine el movimiento de la bola en la figura 6.3a y observe que la cuerda hace un recorrido en cono y que la bola se mueve en círculo.

Categorizar La bola en la figura 6.3 no tiene aceleración vertical. Debido a eso, se le modela como una partícula en equilibrio respecto de la dirección vertical. Experimenta una aceleración centrípeta en la dirección horizontal, de modo que se le modela como una partícula en movimiento circular uniforme en esta dirección.

Analizar Sea θ la representación del ángulo entre la cuerda y la vertical. En el diagrama de cuerpo libre que se muestra en la figura 6.3b, la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cuerda se resuelve en una componente vertical $T\cos\theta$ y una componente horizontal $T\operatorname{sen}\theta$ que actúa hacia el centro de la trayectoria circular.

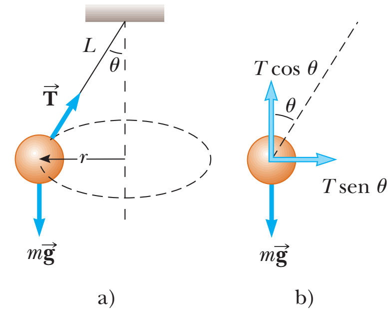


Figura 6.3 (Ejemplo 6.1) a) Péndulo cónico. La trayectoria del objeto es un círculo horizontal. b) Diagrama de cuerpo libre para el objeto.

Aplique el modelo de partícula en equilibrio en la dirección vertical:

$$\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0$$

$$1)\quad T\cos\theta = mg$$

Use la ecuación 6.1 para expresar la fuerza que proporciona la aceleración centrípeta en la dirección horizontal:

$$2)\quad \sum F_x = T\operatorname{sen}\theta = ma_c = \frac{mv^2}{r}$$

Divida la ecuación 2) entre la ecuación 1) y use $\operatorname{sen}\theta/\cos\theta = \tan\theta$:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

Resuelva para v:

$$v = \sqrt{rg\tan\theta}$$

Incorpore $r = L\operatorname{sen}\theta$ a partir de la geometría a la figura 6.3a:

$$v = \boxed{\sqrt{Lg\operatorname{sen}\theta\tan\theta}}$$

Finalizar Note que la rapidez es independiente de la masa de la bola. Considere lo que ocurre cuando θ va a 90° de modo que la cuerda es horizontal. Puesto que la tangente de 90° es infinita, la rapidez v es infinita, lo que dice que la cuerda posiblemente no es horizontal. Si lo fuese, no habría componente vertical de la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ para equilibrar la fuerza gravitacional en la bola. Por esta razón se mencionó en la figura 6.1 que el peso de la bola se sostiene mediante una mesa sin fricción.

EJEMPLO 6.2 ¿Qué tan rápido puede girar?

Una bola de 0.500 kg de masa se une al extremo de una cuerda de 1.50 m de largo. La bola da vueltas en un círculo horizontal como se muestra en la figura 6.1. Si la cuerda resiste una tensión máxima de 50.0 N, ¿cuál es la máxima rapidez a la que gira la bola antes de que se rompa la cuerda? Suponga que la cuerda permanece horizontal durante el movimiento.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Tiene sentido que, mientras más fuerte sea la cuerda, más rápido gira la bola antes de que la cuerda se rompa. Además, se espera que una bola con mayor masa rompa la cuerda a una rapidez más baja. (¡Imagine girar una bola de boliche en la cuerda!)

Categorizar Puesto que la bola se mueve en una trayectoria circular, se le modela como una partícula en movimiento circular uniforme.

Analizar Incorpore la tensión y la aceleración centrípeta en la segunda ley de Newton:

$$T = m\frac{v^2}{r}$$

Resuelva para v:

$$1)\quad v = \sqrt{\frac{Tr}{m}}$$

Encuentre la rapidez máxima que puede tener la bola, que corresponde a la tensión máxima que la cuerda resiste:

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{T_{\text{máx}} r}{m}} = \sqrt{\frac{(50.0\ \text{N})(1.50\ \text{m})}{0.500\ \text{kg}}} = \boxed{12.2\ \text{m/s}}$$

Finalizar La ecuación 1) muestra que v aumenta con T y disminuye con m más grande, como se espera de la conceptualización del problema.

¿Qué pasaría si? Suponga que la bola gira en un círculo de mayor radio a la misma rapidez v. ¿Es más o menos probable que la cuerda se rompa?

Respuesta El radio más grande significa que el cambio en la dirección del vector velocidad será más pequeño en un intervalo de tiempo dado. Por ende, la aceleración es más pequeña y la tensión requerida en la cuerda es más pequeña. Como resultado, es menos probable que la cuerda se rompa cuando la bola viaja en un círculo de radio más grande.

EJEMPLO 6.3 ¿Cuál es la máxima rapidez del automóvil?

Un automóvil de 1 500 kg, se traslada sobre una curva, plana horizontal como se muestra en la figura 6.4a. Si el radio de la curva es 35.0 m y el coeficiente de fricción estática entre las llantas y el pavimento seco es 0.523, encuentre la rapidez máxima que alcanza el automóvil y aún así da la vuelta exitosamente.

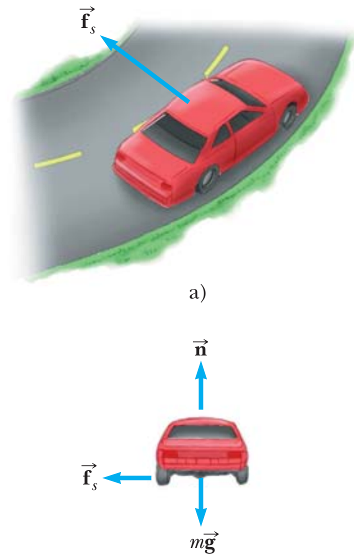


Figura 6.4 (Ejemplo 6.3) a) La fuerza de fricción estática dirigida hacia el centro de la curva mantiene al automóvil en movimiento en una trayectoria circular. b) Diagrama de cuerpo libre para el automóvil.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere que la autopista curva es parte de un gran círculo, de modo que el automóvil se traslada en una trayectoria circular.

Categorizar Respecto a la etapa conceptualizar del problema, el automóvil se modela como una partícula en movimiento circular uniforme en la dirección horizontal. El automóvil no acelera verticalmente, de modo que se modela como una partícula en equilibrio en la dirección vertical.

Analizar La fuerza que le permite al automóvil permanecer en su trayectoria circular es la fuerza de fricción estática. (Es *estática* porque no ocurre deslizamiento en el punto de contacto entre camino y llantas. Si esta fuerza de fricción estática fuese cero —por ejemplo, si el automóvil estuviese sobre un camino congelado— el automóvil continuaría en una línea recta y se deslizaría hasta salir del camino.) La rapidez máxima $v_{\text{máx}}$ que puede tener el automóvil alrededor de la curva es la rapidez a la que está a punto de derrapar hacia afuera. En este punto, la fuerza de fricción tiene su valor máximo $f_{s,\text{ máx}} = \mu_s n$.

Aplique la ecuación 6.1 en la dirección radial para la condición de rapidez máxima:

$$1)\quad f_{s,\text{máx}} = \mu_s n = m\frac{v_{\text{máx}}^2}{r}$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al automóvil en la dirección vertical:

$$\sum F_y = 0 \quad\rightarrow\quad n - mg = 0 \quad\rightarrow\quad n = mg$$

Resuelva la ecuación 1) para la rapidez máxima y sustituya para n:

$$2)\quad v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{\mu_s n r}{m}} = \sqrt{\frac{\mu_s m g r}{m}} = \sqrt{\mu_s g r}$$

$$= \sqrt{(0.523)(9.80\ \text{m/s}^2)(35.0\ \text{m})} = \boxed{13.4\ \text{m/s}}$$

Finalizar Esta rapidez es equivalente a 30.0 mi/h. Por lo tanto, este camino podría beneficiarse enormemente de cierto peralte, ¡como en el ejemplo siguiente! Advierta que la rapidez máxima no depende de la masa del automóvil, razón por la cual las autopistas curvas no requieren múltiples límites de rapidez para cubrir las varias masas de los vehículos que usan el camino.

¿Qué pasaría si? Suponga que un automóvil viaja por esta curva en un día húmedo y comienza a derrapar en la curva cuando su rapidez llega sólo a 8.00 m/s. ¿Qué se puede decir acerca del coeficiente de fricción estática en este caso?

Respuesta El coeficiente de fricción estática entre las llantas y el camino húmedo debe ser menor que el existente entre las llantas y un camino seco. Esta expectativa concuerda con la experiencia de conducir, porque un derrape es más probable en un camino húmedo que en un camino seco.

Para comprobar la sospecha, se puede resolver la ecuación (2) para el coeficiente de fricción estática:

$$\mu_s = \frac{v_{\text{máx}}^2}{gr}$$

Al sustituir los valores numéricos se obtiene

$$\mu_s = \frac{v_{\text{máx}}^2}{gr} = \frac{(8.00\ \text{m/s})^2}{(9.80\ \text{m/s}^2)(35.0\ \text{m})} = 0.187$$

que de hecho es más pequeño que el coeficiente de 0.523 para el camino seco.

EJEMPLO 6.4 La autopista peraltada

Un ingeniero civil quiere rediseñar la curva de la autopista del ejemplo 6.3 en tal forma que un automóvil no tenga que depender de la fricción para circular la curva sin derrapar. En otras palabras, un automóvil que se traslada a la rapidez diseñada puede superar la curva incluso cuando el camino esté cubierto con hielo. Dicha rampa será *peraltada*, lo que significa que la carretera está inclinada hacia el interior de la curva. Suponga que la rapidez diseñada para la rampa es 13.4 m/s (30.0 mi/h) y el radio de la curva es 35.0 m. ¿Cuál es el ángulo de peralte?

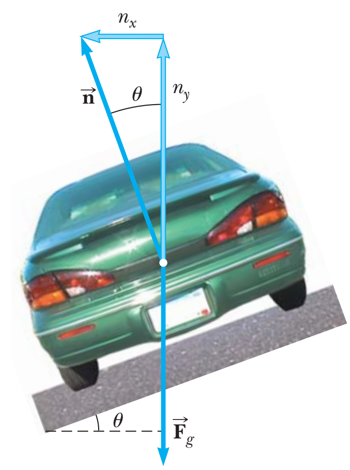


Figura 6.5 (Ejemplo 6.4) Un automóvil que recorre una curva sobre un camino peraltado a un ángulo θ con la horizontal. Cuando la fricción es despreciable, la fuerza que causa la aceleración centrípeta y mantiene al automóvil en movimiento en su trayectoria circular es la componente horizontal de la fuerza normal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La diferencia entre este ejemplo y el ejemplo 6.3 es que el automóvil ya no se mueve en una carretera plana. La figura 6.5 muestra la carretera peraltada, con el centro de la trayectoria circular del automóvil lejos hacia la izquierda de la figura. Observe que el componente horizontal de la fuerza normal participa en la generación de la aceleración centrípeta del automóvil.

Categorizar Como en el ejemplo 6.3, el automóvil se modela como una partícula en equilibrio en la dirección vertical y una partícula en movimiento circular uniforme en la dirección horizontal.

Analizar En un camino a nivel (sin peralte), la fuerza que causa la aceleración centrípeta es la fuerza de fricción estática entre el automóvil y el camino, como se vio en el ejemplo precedente. Sin embargo, si el camino está peraltado en un ángulo θ, como en la figura 6.5, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ tiene una componente horizontal hacia el centro de la curva. Puesto que la rampa se diseña de modo que la fuerza de fricción estática sea cero, sólo la componente $n_x = n \operatorname{sen} \theta$ causa la aceleración centrípeta.

Escriba la segunda ley de Newton para el automóvil en la dirección radial, que es la dirección x:

$$1)\quad \sum F_r = n \operatorname{sen} \theta = \frac{mv^2}{r}$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al automóvil en la dirección vertical:

$$\sum F_y = n \cos \theta - mg = 0$$

$$2)\quad n \cos \theta = mg$$

Divida la ecuación 1) entre la ecuación 2):

$$3)\quad \tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

Resuelva para el ángulo θ:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(13.4\ \text{m/s})^2}{(35.0\ \text{m})(9.80\ \text{m/s}^2)}\right) = 27.6°$$

Finalizar La ecuación 3) muestra que el ángulo de peralte es independiente de la masa del vehículo que entra a la curva. Si un automóvil recorre la curva con una rapidez menor que 13.4 m/s, se necesita fricción para evitar que se deslice por el peralte (hacia la izquierda en la figura 6.5). Un conductor que intente superar la curva a una rapidez mayor que 13.4 m/s tiene que depender de la fricción para evitar que derrape afuera del peralte (hacia la derecha en la figura 6.5).

¿Qué pasaría si? Imagine que en el futuro esta misma carretera se construye en Marte para conectar diferentes centros coloniales. ¿Es posible recorrerla con la misma rapidez?

Respuesta La reducida fuerza gravitacional de Marte significaría que el automóvil no presiona tan fuertemente con la carretera. La reducida fuerza normal da como resultado una componente más pequeña de la fuerza normal hacia el centro del círculo. Esta componente más pequeña no sería suficiente para proporcionar la aceleración centrípeta asociada con la rapidez original. La aceleración centrípeta se debe reducir, lo que se logra al reducir la rapidez v.

En términos matemáticos, advierta que la ecuación (3) muestra que la rapidez v es proporcional a la raíz cuadrada de g para una carretera de radio fijo r peraltada en un ángulo fijo θ. Por lo tanto, si g es más pequeña, como lo es en Marte, la rapidez v con que la autopista se puede recorrer con seguridad también es más pequeña.

EJEMPLO 6.5 ¡A hacer el rizo!

Un piloto de masa m en un avión jet ejecuta un rizo, como se muestra en la figura 6.6a. En esta maniobra, el avión se mueve en un círculo vertical de 2.70 km de radio con una rapidez constante de 225 m/s.

A) Determine la fuerza que ejerce el asiento sobre el piloto en la parte inferior del rizo. Exprese su respuesta en términos del peso del piloto mg.

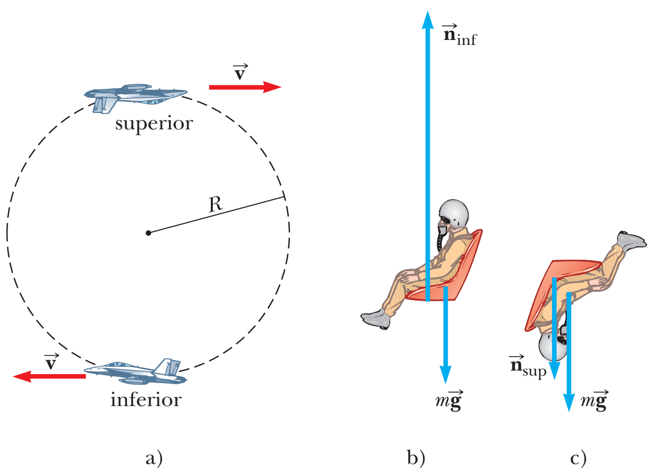


Figura 6.6 (Ejemplo 6.5) a) Un avión ejecuta un rizo mientras se mueve en un círculo vertical con rapidez constante. b) Diagrama de cuerpo libre del piloto en la parte inferior del rizo. En esta posición, el piloto experimenta un peso aparente mayor que su peso verdadero. c) Diagrama de cuerpo libre para el piloto en la parte superior del rizo.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Observe con atención la figura 6.6a. En función con la experiencia al conducir sobre pequeñas colinas en el camino o al viajar en lo alto de una rueda de la fortuna, usted esperaría sentirse más ligero en lo alto de la trayectoria. De igual modo, esperaría sentirse más pesado en la parte inferior de la trayectoria. En la parte inferior del rizo, las fuerzas normal y gravitacional sobre el piloto actúan en direcciones *opuestas*, mientras que en la parte superior del rizo estas dos fuerzas actúan en la *misma* dirección. La suma vectorial de estas dos fuerzas proporciona una fuerza de magnitud constante que mantiene al piloto móvil en una trayectoria circular con una rapidez constante. Para producir vectores de fuerza neta con la misma magnitud, la fuerza normal en la parte inferior debe ser mayor que en la parte superior.

Categorizar Ya que la rapidez del avión es constante (¿cuán probable es esto?), se puede clasificar este problema como una partícula (el piloto) en movimiento circular uniforme, complicado por la fuerza gravitacional que actúa en todo momento sobre el avión.

Analizar Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el piloto en la parte inferior del rizo, como se muestra en la figura 6.6b. Las únicas fuerzas que actúan sobre él son la fuerza gravitacional hacia abajo $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ y la fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{n}}_{inf}$ que ejerce el asiento. La fuerza neta hacia arriba sobre el piloto, que proporciona su aceleración centrípeta, tiene una magnitud $n_{inf} - mg$.

Aplique la segunda ley de Newton al piloto en la dirección radial:

$$\sum F = n_{inf} - mg = m\frac{v^2}{r}$$

Resuelva para la fuerza que ejerce el asiento sobre el piloto:

$$n_{inf} = mg + m\frac{v^2}{r} = mg\left(1 + \frac{v^2}{rg}\right)$$

Sustituya los valores dados para la rapidez y el radio:

$$n_{inf} = mg\left(1 + \frac{(225 \text{ m/s})^2}{(2.70 \times 10^3 \text{ m})(9.80 \text{ m/s}^2)}\right)$$

$$= \boxed{2.91\,mg}$$

Por tanto, la magnitud de la fuerza $\vec{\mathbf{n}}_{inf}$ que ejerce el asiento sobre el piloto es *mayor* que el peso del piloto por un factor de 2.91. De este modo, el piloto experimenta un peso aparente que es mayor que su peso verdadero en un factor de 2.91.

B) Resolver para la fuerza que ejerce el asiento sobre el piloto en la parte superior del rizo.

SOLUCIÓN

Analizar En la figura 6.6c se muestra el diagrama de cuerpo libre para el piloto en la parte superior del rizo. Como ya se notó, tanto la fuerza gravitacional que ejerce la Tierra como la fuerza $\vec{\mathbf{n}}_{\text{sup}}$ que ejerce el asiento sobre el piloto actúan hacia abajo, de modo que la fuerza neta hacia abajo que proporciona la aceleración centrípeta tiene una magnitud $n_{\text{sup}} + mg$.

Aplique la segunda ley de Newton al piloto en esta posición:

$$\sum F = n_{\text{sup}} + mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$n_{\text{sup}} = m\frac{v^2}{r} - mg = mg\left(\frac{v^2}{rg} - 1\right)$$

$$n_{\text{sup}} = mg\left(\frac{(225\text{ m/s})^2}{(2.70 \times 10^3\text{ m})(9.80\text{ m/s}^2)} - 1\right)$$

$$= \boxed{0.913mg}$$

En este caso, la magnitud de la fuerza que ejerce el asiento sobre el piloto es *menor* que su peso verdadero en un factor de 0.913, y el piloto se siente más ligero.

Finalizar Las variaciones en la fuerza normal son coherentes con la predicción en la etapa conceptualizar del problema.

6.2 Movimiento circular no uniforme

En el capítulo 4 se encontró que, si una partícula se mueve con rapidez variable en una trayectoria circular, existe, además de la componente radial de aceleración, una componente tangencial que tiene magnitud $|dv/dt|$. En consecuencia, la fuerza que actúa sobre la partícula también debe tener una componente tangencial y radial. Ya que la aceleración total es $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_r + \vec{\mathbf{a}}_t$, la fuerza total que se ejerce sobre la partícula es $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}} = \Sigma\,\vec{\mathbf{F}}_r + \Sigma\,\vec{\mathbf{F}}_t$, como se muestra en la figura 6.7. (Las fuerzas radial y tangencial se expresan como fuerzas netas con la notación suma porque cada fuerza podría consistir en múltiples fuerzas que se combinan.) El vector $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}_r$ se dirige hacia el centro del círculo y es responsable de la aceleración centrípeta. El vector $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}_t$ tangente al círculo es responsable de la aceleración tangencial, que representa un cambio en la rapidez de la partícula con el tiempo.

Pregunta rápida 6.2 Una cuenta se desliza libremente, con rapidez constante, a lo largo de un alambre curvo que se encuentra sobre una superficie horizontal, como se muestra en la figura 6.8. a) Dibuje los vectores que representan la fuerza que ejerce el alambre sobre la cuenta en los puntos Ⓐ, Ⓑ y Ⓒ. b) Suponga que la cuenta de la figura 6.8 aumenta de velocidad con aceleración tangencial constante mientras se mueve hacia la derecha. Dibuje los vectores que representan la fuerza sobre la cuenta en los puntos Ⓐ, Ⓑ y Ⓒ.

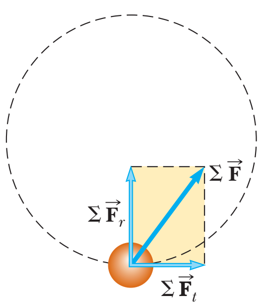


Figura 6.7 Cuando la fuerza neta que actúa sobre una partícula móvil en una trayectoria circular tiene una componente tangencial $\Sigma\,F_t$, la rapidez de la partícula cambia. La fuerza neta que se ejerce sobre la partícula en este caso es la suma vectorial de la fuerza radial y la fuerza tangencial. Esto es, $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}} = \Sigma\,\vec{\mathbf{F}}_r + \Sigma\,\vec{\mathbf{F}}_t$.

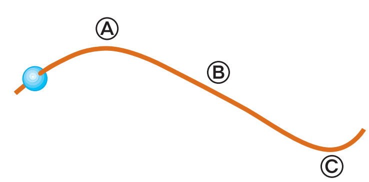


Figura 6.8 (Pregunta rápida 6.2) Una cuenta se desliza a lo largo de un alambre curvo.

EJEMPLO 6.6 Mantenga los ojos en la bola

Una pequeña esfera de masa m se une al extremo de una cuerda de longitud R y se pone en movimiento en un círculo *vertical* en torno a un punto fijo O, como se ilustra en la figura 6.9. Determine la tensión en la cuerda en cualquier instante cuando la rapidez de la esfera sea v y la cuerda forme un ángulo θ con la vertical.

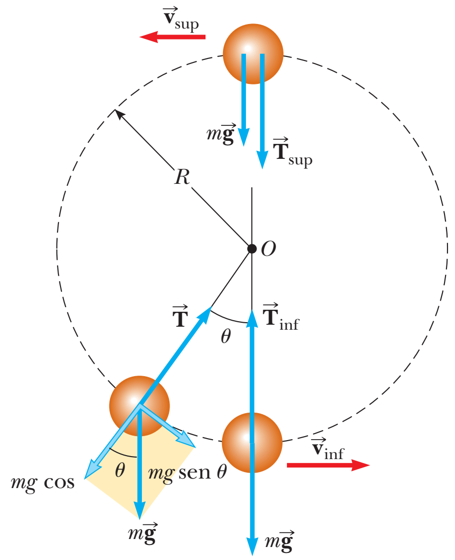


Figura 6.9 (Ejemplo 6.6) Fuerzas que actúan sobre una esfera de masa m conectada a una cuerda de longitud R y que gira en un círculo vertical con centro en O. Las fuerzas que actúan sobre la esfera se muestran cuando la esfera está en la parte superior e inferior del círculo y en una posición arbitraria.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Compare el movimiento de la esfera en la figura 6.9 con la del avión en la figura 6.6a asociada con el ejemplo 6.5. Ambos objetos viajan en una trayectoria circular. Sin embargo, a diferencia del avión en el ejemplo 6.5, la rapidez de la esfera *no* es uniforme en este ejemplo porque, en la mayoría de los puntos a lo largo de la trayectoria, la fuerza gravitacional que se ejerce sobre la esfera surge una componente tangencial de aceleración.

Categorizar La esfera se modela como una partícula bajo una fuerza neta y móvil en una trayectoria circular, pero no es una partícula en movimiento circular *uniforme*. Es necesario usar las técnicas contenidas en esta sección acerca del movimiento circular no uniforme.

Analizar A partir del diagrama de cuerpo libre en la figura 6.9, se ve que las únicas fuerzas que actúan sobre la esfera son la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ que ejerce la Tierra y la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ que ejerce la cuerda. Se descompone $\vec{\mathbf{F}}_g$ en una componente tangencial mg sen θ y otra componente radial $mg \cos \theta$.

Aplique la segunda ley de Newton a la esfera en la dirección tangencial:

$$\sum F_t = mg \operatorname{sen} \theta = ma_t$$

$$a_t = g \operatorname{sen} \theta$$

Aplique la segunda ley de Newton a las fuerzas que actúan sobre la esfera en la dirección radial y note que tanto $\vec{\mathbf{T}}$ como $\vec{\mathbf{a}}_r$ se dirigen hacia O:

$$\sum F_r = T - mg \cos \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = \boxed{mg\left(\frac{v^2}{Rg} + \cos \theta\right)}$$

Finalizar Evalúe este resultado en las partes superior e inferior de la trayectoria circular (figura 6.9):

$$T_{sup} = mg\left(\frac{v_{sup}^2}{Rg} - 1\right) \qquad T_{inf} = mg\left(\frac{v_{inf}^2}{Rg} + 1\right)$$

Estos resultados tienen la misma forma matemática que las fuerzas normales n_{sup} y n_{inf} sobre el piloto en el ejemplo 6.5, que es consistente con la fuerza normal sobre el piloto, que juega el mismo papel físico en el ejemplo 6.5 que la tensión en la cuerda juega en este ejemplo. No obstante, tenga en mente que v en las expresiones anteriores varía para diferentes posiciones de la esfera, como se indica mediante los subíndices, mientras v en el ejemplo 6.5 es constante.

¿Qué pasaría si? ¿Y si la bola se pone en movimiento con una rapidez menor? a) ¿Qué rapidez tendría la bola mientras pasa sobre la parte superior del círculo si la tensión en la cuerda tiende a cero instantáneamente en este punto?

Respuesta Sea la tensión igual a cero en la expresión para T_{sup}:

$$0 = mg\left(\frac{v_{sup}^2}{Rg} - 1\right) \quad \rightarrow \quad v_{sup} = \sqrt{gR}$$

¿Qué sucedería si la bola se pone en movimiento de tal modo que la rapidez en la parte superior sea menor que este valor? ¿Qué ocurre?

Respuesta En este caso, la bola nunca llega a la parte superior del círculo. En algún punto en el camino hacia arriba, la tensión en la cuerda va a cero y la bola se convierte en un proyectil. Sigue un segmento de una trayectoria parabólica sobre la parte superior de su movimiento, y se vuelve a incorporar a la trayectoria circular en el otro lado cuando la tensión se vuelve distinta de cero nuevamente.

6.3 Movimiento en marcos acelerados

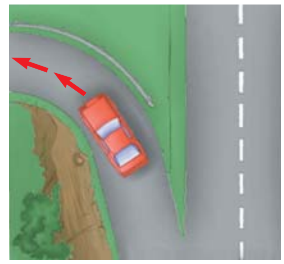
Las leyes de movimiento de Newton, que se presentaron en el capítulo 5, describen observaciones que se realizan en un marco de referencia inercial. En esta sección se analiza cómo son aplicadas las leyes de Newton por un observador en un marco de referencia inercial, es decir, en uno que acelera. Por ejemplo, recuerde la discusión de la mesa de hockey de aire en un tren en la sección 5.2. El tren móvil con velocidad constante representa un marco inercial. Un observador en el tren ve que el disco en reposo permanece en reposo, y parece obedecer la primera ley de Newton. El tren que acelera no es un marco inercial. De acuerdo con usted, como el observador en este tren, parece no haber fuerza sobre el disco, y sin embargo acelera desde el reposo hacia la parte trasera del tren, lo que parece violar la primera ley de Newton. Esta es una propiedad general de las observaciones realizadas en marcos no inerciales: parece haber aceleraciones no explicadas de los objetos que no están "amarrados" al marco. Desde luego, la primera ley de Newton no se viola. Sólo *parece* violarse debido a las observaciones hechas en un marco no inercial. En general, la dirección de la aceleración inexplicable es opuesta a la dirección de la aceleración del marco no inercial.

En el tren que acelera, mientras observa al disco acelerar hacia la parte trasera del tren, puede concluir, respecto a su creencia en la segunda ley de Newton, que una fuerza actuó sobre el disco para hacerlo acelerar. A una fuerza aparente como ésta se le llama **fuerza ficticia** porque se debe a un marco de referencia acelerado. Una fuerza ficticia parece actuar sobre un objeto de la misma manera que una fuerza real. Sin embargo, las fuerzas reales siempre interactúan entre dos objetos, y usted no puede identificar un segundo objeto para una fuerza ficticia. (¿Cuál segundo objeto interactúa con el disco para hacerlo acelerar?)

El ejemplo del tren describe una fuerza ficticia debido a un cambio en la rapidez del tren. Otra fuerza ficticia se debe al cambio en la *dirección* del vector velocidad. Para comprender el movimiento de un sistema que no es inercial debido a un cambio en dirección, examine un automóvil que viaja a lo largo de una autopista con gran rapidez y se aproxima a una rampa de salida curva, como se muestra en la figura 6.10a. A medida que el automóvil toma la cerrada curva izquierda en la rampa, una persona que se sienta en el lado del copiloto se desliza hacia la derecha y golpea la puerta. En dicho punto la fuerza que ejerce la puerta sobre la copiloto evita que salga expulsada del automóvil. ¿Qué la impulsa hacia la puerta? Una explicación popular, pero incorrecta, es que una fuerza que actúa hacia la derecha en la figura 6.10b la empuja hacia afuera desde el centro de la trayectoria circular. Aunque con frecuencia se le llama "fuerza centrífuga", es una fuerza ficticia debida a la aceleración centrípeta asociada con la dirección cambiante del vector velocidad del automóvil. (El conductor también experimenta este efecto pero sabiamente se sostiene del volante para evitar deslizarse hacia la derecha.)

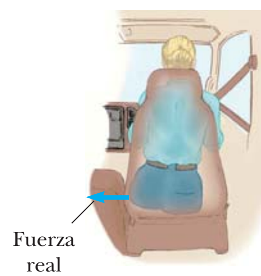
La explicación correcta del fenómeno es la siguiente: antes de que el automóvil entre a la rampa, la copiloto es móvil en una trayectoria en línea recta. A medida que el automóvil entra a la rampa y recorre una trayectoria curva, la copiloto tiende a moverse a lo largo de la trayectoria recta original, lo que está en concordancia con la primera ley de Newton: la tendencia natural de un objeto es continuar móvil en una línea recta. No obstante, si una fuerza suficientemente grande (hacia el centro de curvatura) actúa sobre ella, como en la figura 6.10c, ella se mueve en una trayectoria curva junto con el automóvil. Esta es la fuerza de fricción entre ella y el asiento del automóvil. Si esta fuerza de fricción no es suficientemente grande, el asiento sigue una trayectoria curva mientras la pasajera continúa en la trayectoria en línea recta del automóvil antes de que el automóvil comience a girar. Por lo tanto, desde el punto de vista de un observador en el automóvil, la pasajera se desliza hacia la derecha en relación con el asiento. Al final, ella encuentra la puerta, que proporciona una fuerza suficientemente grande para permitirle seguir la misma trayectoria curva que el automóvil. Ella se desliza hacia la puerta no a causa de una fuerza exterior sino porque **la fuerza de fricción no es suficientemente grande para permitirle viajar a lo largo de la trayectoria circular seguida por el automóvil.**

Otra interesante fuerza ficticia es la "fuerza de Coriolis". Es una fuerza aparente causada al cambiar la posición radial de un objeto en un sistema coordenado en rotación.



a)

b)



c)

Figura 6.10 a) Un automóvil se aproxima a una rampa de salida curva. ¿Qué hace que una pasajera en el asiento de adelante se mueva hacia la puerta derecha? b) Desde el marco de referencia de la pasajera, una fuerza parece empujarla hacia la puerta derecha, pero es una fuerza ficticia. c) En relación con el marco de referencia de la Tierra, el asiento aplica una fuerza real hacia la izquierda sobre la pasajera, lo que hace que ella cambie de dirección junto con el resto del automóvil.

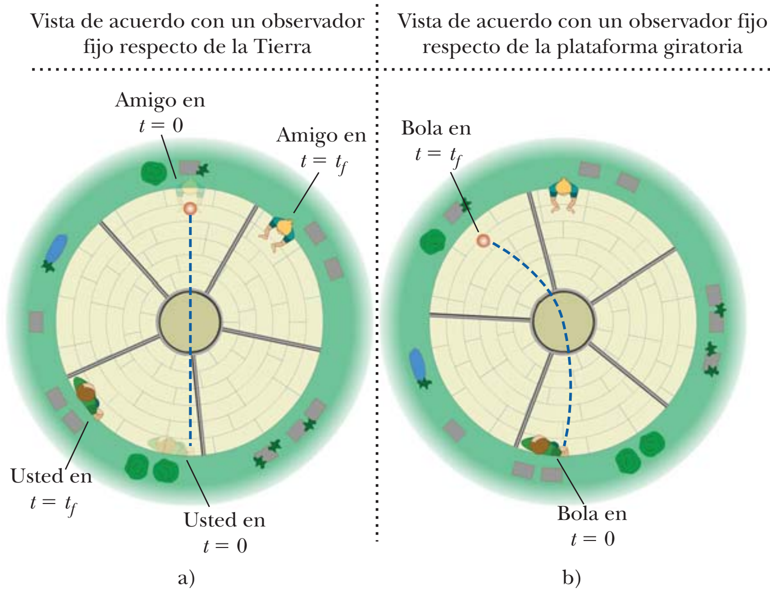


Figura 6.11 a) Usted y su amigo se sientan en el borde de una plataforma giratoria. En esta vista superior que observa alguien en un marco de referencia inercial unido a la Tierra, usted lanza la bola en $t = 0$ en la dirección de su amigo. En el tiempo t_f, cuando la bola llega al otro lado de la plataforma giratoria, su amigo ya no está ahí para atraparla. De acuerdo con este observador, la bola sigue una trayectoria en línea recta, consistente con las leyes de Newton. b) Desde el punto de vista de su amigo, la bola vira a un lado durante su vuelo. Su amigo introduce una fuerza ficticia que causa esta desviación de la trayectoria esperada. Esta fuerza ficticia se llama "fuerza de Coriolis".

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 6.2
Fuerza centrífuga

"Fuerza centrífuga" es un concepto comúnmente escuchado, que se describe como una fuerza que jala *hacia afuera* sobre un objeto móvil en una trayectoria circular. Si usted siente una "fuerza centrífuga" cuando está en un carrusel, ¿cuál es el otro objeto con el que interactúa? No es capaz de identificar otro objeto porque es una fuerza ficticia que ocurre debido a que usted está en un marco de referencia no inercial.

Por ejemplo, suponga que usted y un amigo están en lados opuestos de una plataforma circular giratoria y decide lanzar una bola de beisbol a su amigo. La figura 6.11a representa lo que un observador vería si contempla la bola mientras flota en el aire en reposo sobre la plataforma giratoria. De acuerdo con este observador, quien está en un marco inercial, la bola sigue una línea recta de acuerdo con la primera ley de Newton. En $t = 0$ usted lanza la bola hacia su amigo, pero en el tiempo t_f cuando la bola cruza la plataforma, su amigo se movió a una posición nueva. Sin embargo, ahora considere la situación desde el punto de vista de su amigo. Su amigo está en un marco de referencia no inercial porque experimenta una aceleración centrípeta en relación con el marco inercial de la superficie de la Tierra. Comienza a ver la bola que se aproxima hacia él pero, conforme cruza la plataforma, vira a un lado como se muestra en la figura 6.11b. Por lo tanto, su amigo en la plataforma giratoria afirma que la bola no obedece la primera ley de Newton y dice que una fuerza es la causante de que la bola siga una trayectoria curva. Esta fuerza ficticia se llama fuerza de Coriolis.

Las fuerzas ficticias pueden no ser fuerzas reales, pero tienen efectos reales. Un objeto en el tablero de su automóvil *realmente* se desliza si usted pisa el acelerador de su vehículo. Mientras viaja en un carrusel, siente que lo empujan hacia afuera como si se debiese a la ficticia "fuerza centrífuga". Es probable que usted caiga y se lesione debido a la fuerza de Coriolis si camina a lo largo de una línea radial mientras un carrusel gira. (Uno de los autores lo hizo y sufrió separación de ligamentos en las costillas cuando cayó.) La fuerza de Coriolis debida a la rotación de la Tierra es responsable de los giros de los huracanes y de las corrientes oceánicas a gran escala.

Pregunta rápida 6.3 Considere a la pasajera en el automóvil que da vuelta a la izquierda en la figura 6.10. ¿Cuál de las siguientes opciones es correcta en relación con las fuerzas en la dirección horizontal si ella hace contacto con la puerta derecha? a) La pasajera está en equilibrio entre fuerzas reales que actúan hacia la derecha y fuerzas reales que actúan hacia la izquierda. b) La pasajera está expuesta sólo a fuerzas reales que actúan hacia la derecha. c) La pasajera está dependiente sólo a fuerzas reales que actúan hacia la izquierda. d) Ninguno de estos enunciados es verdadero.

EJEMPLO 6.7 Fuerzas ficticias en movimiento lineal

Una pequeña esfera de masa m cuelga mediante una cuerda del techo de un vagón que acelera hacia la derecha, como se muestra en la figura 6.12. El observador no inercial en la figura 6.12b afirma que una fuerza, que se sabe es ficticia, provoca la desviación de la cuerda de la vertical que observa. ¿Cómo se relaciona la magnitud de esta fuerza con la aceleración del vagón medida por la observadora inercial en la figura 6.12a?

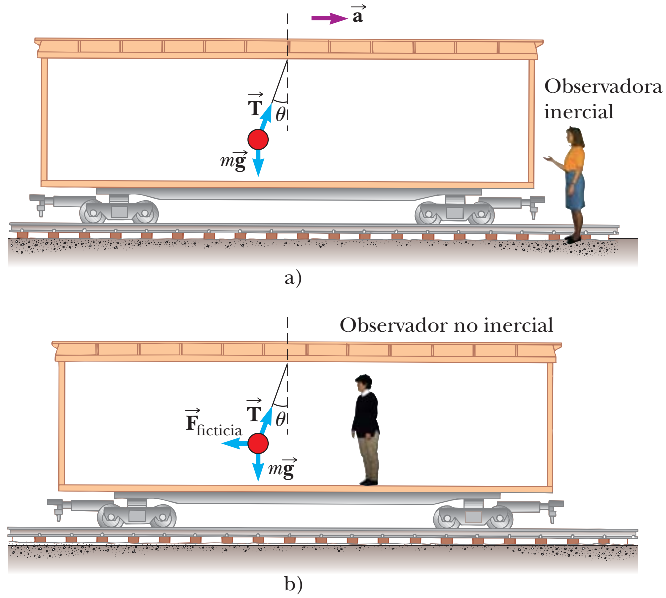


Figura 6.12 (Ejemplo 6.7) Una pequeña esfera suspendida del techo de un vagón que acelera hacia la derecha se desvía como se muestra. a) Una observadora inercial en reposo afuera del vagón afirma que la aceleración de la esfera es producto de la componente horizontal de $\vec{T}$. b) Un observador no inercial que viaja en el vagón dice que la fuerza neta sobre la esfera es cero y que la desviación de la cuerda de la vertical se debe a una fuerza ficticia $\vec{F}_{\text{ficticia}}$ que equilibra la componente horizontal de $\vec{T}$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Identifíquese en el lugar de cada uno de los dos observadores de la figura 6.12. Como observador inercial en el suelo, usted ve que el vagón acelera y sabe que la desviación de la cuerda se debe a esta aceleración. Como observador no inercial en el vagón, imagine que ignora cualquier efecto del movimiento del carro de modo que no está al tanto de su aceleración. Puesto que no está al tanto de esta aceleración, usted afirma que una fuerza empuja hacia los lados la esfera para causar la desviación de la cuerda de la vertical. Para tener ideas más reales, intente correr desde el reposo mientras sostiene un objeto que cuelga de una cuerda y percibe que la cuerda está en un ángulo con la vertical mientras usted acelera, como si una fuerza empujara el objeto hacia atrás.

Categorizar Para la observadora inercial, la esfera se modela como una partícula bajo una fuerza neta en la dirección horizontal y una partícula en equilibrio en la dirección vertical. Para el observador no inercial, la esfera se modela como una partícula en equilibrio para la cual una de las fuerzas es ficticia.

Analizar De acuerdo con la observadora inercial en reposo (figura 6.12a), las fuerzas sobre la esfera son la fuerza $\vec{T}$ que ejerce la cuerda y la fuerza gravitacional. La observadora inercial concluye que la aceleración de la esfera es la misma que la del vagón y que dicha aceleración la produce la componente horizontal de $\vec{T}$.

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes a la esfera, de acuerdo con la observadora inercial:

$$\text{Observadora inercial}\begin{cases} (1) & \sum F_x = T\,\text{sen}\,\theta = ma \\ (2) & \sum F_y = T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

De acuerdo con el observador no inercial que viaja en el vagón (figura 6.12b), la cuerda también forma un ángulo θ con la vertical; sin embargo, para dicho observador, la esfera está en reposo y de este modo su aceleración es cero. Por lo tanto, el observador no inercial introduce una fuerza ficticia en la dirección horizontal para equilibrar la componente horizontal de $\vec{T}$ y afirma que la fuerza neta sobre la esfera es cero.

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes a la esfera, de acuerdo con el observador no inercial:

$$\text{Observador no inercial}\begin{cases} \sum F'_x = T\,\text{sen}\,\theta - F_{\text{ficticia}} = 0 \\ \sum F'_y = T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

Estas expresiones son equivalentes a las ecuaciones 1) y 2) si $F_{\text{ficticia}} = ma$, donde a es la aceleración de acuerdo con el observador inercial.

Finalizar Si se tuviese que hacer esta sustitución en la ecuación para F'_x anterior, el observador no inercial obtiene los mismos resultados matemáticos que la observadora inercial. No obstante, la interpretación física de la desviación de la cuerda difiere en los dos marcos de referencia.

¿Qué pasaría si? Suponga que la observadora inercial quiere medir la aceleración del tren mediante el péndulo (la esfera que cuelga de la cuerda). ¿Cómo podría hacerlo?

Respuesta La intuición dice que el ángulo θ que la cuerda forma con la vertical debe aumentar conforme aumenta la aceleración. Al resolver las ecuaciones 1) y 2) simultáneamente para a, la observadora inercial puede determinar la magnitud de la aceleración del vagón al medir el ángulo θ y usar la relación $a = g \tan \theta$. Puesto que la desviación de la cuerda de la vertical sirve como una medida de aceleración, *se puede usar un péndulo simple como acelerómetro.*

6.4 Movimiento en presencia de fuerzas resistivas

En el capítulo 5 se describió la fuerza de fricción cinética que se ejerce sobre un objeto que se mueve sobre alguna superficie. Se ignoró por completo cualquier interacción entre el objeto y el medio a través del que se mueve. Ahora considere el efecto de dicho medio, que puede ser o un líquido o un gas. El medio ejerce una **fuerza resistiva $\vec{\mathbf{R}}$** sobre el objeto móvil a través de él. Algunos ejemplos son la resistencia del aire asociada con los vehículos móviles (a veces llamado *arrastre de aire*) y las fuerzas viscosas que actúan sobre los objetos móviles a través de un líquido. La magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ depende de factores tales como la rapidez del objeto, y la dirección de $\vec{\mathbf{R}}$ siempre es opuesta a la dirección de movimiento del objeto en relación con el medio.

La magnitud de la fuerza resistiva depende de la rapidez en una forma compleja y aquí sólo se consideran dos modelos simplificados. En el primer modelo se supone que la fuerza resistiva es proporcional a la rapidez del objeto móvil; este modelo es válido para objetos que caen lentamente a través de un líquido y para objetos muy pequeños, como las partículas de polvo, que se mueven a través del aire. En el segundo modelo, se supone una fuerza resistiva que es proporcional al cuadrado de la rapidez del objeto móvil; los objetos grandes, como un paracaidista móvil en caída libre a través del aire, experimenta tal fuerza.

Modelo 1: Fuerza resistiva proporcional a la velocidad del objeto

Si la fuerza resistiva que actúa sobre un objeto móvil a través de un líquido o gas se modela como proporcional a la velocidad del objeto, la fuerza resistiva se puede expresar como

$$\vec{\mathbf{R}} = -b\vec{\mathbf{v}} \qquad \textbf{(6.2)}$$

donde b es una constante cuyo valor depende de las propiedades del medio y de la forma y dimensiones del objeto y $\vec{\mathbf{v}}$ es la velocidad del objeto en relación con el medio. El signo negativo indica que $\vec{\mathbf{R}}$ está en la dirección opuesta a $\vec{\mathbf{v}}$.

Considere una pequeña esfera de masa m que se libera desde el reposo en un líquido, como en la figura 6.13a. Si supone que las únicas fuerzas que actúan sobre la esfera son la fuerza resistiva $\vec{\mathbf{R}} = -b\vec{\mathbf{v}}$ y la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g$, describa su movimiento.[1] Al aplicar la segunda ley de Newton al movimiento vertical, elegir la dirección hacia abajo como positiva y notar que $\Sigma F_y = mg - bv$, se obtiene

$$mg - bv = ma = m\frac{dv}{dt} \qquad \textbf{(6.3)}$$

donde la aceleración de la esfera es hacia abajo. Al resolver esta expresión para la aceleración dv/dt se obtiene

[1] Sobre un objeto sumergido también actúa una *fuerza de flotación*. Esta fuerza es constante y su magnitud es igual al peso del líquido desplazado. Esta fuerza cambia el peso aparente de la esfera en un factor constante, de modo que aquí se ignorará dicha fuerza. Las fuerzas de flotación se discuten en el capítulo 14.

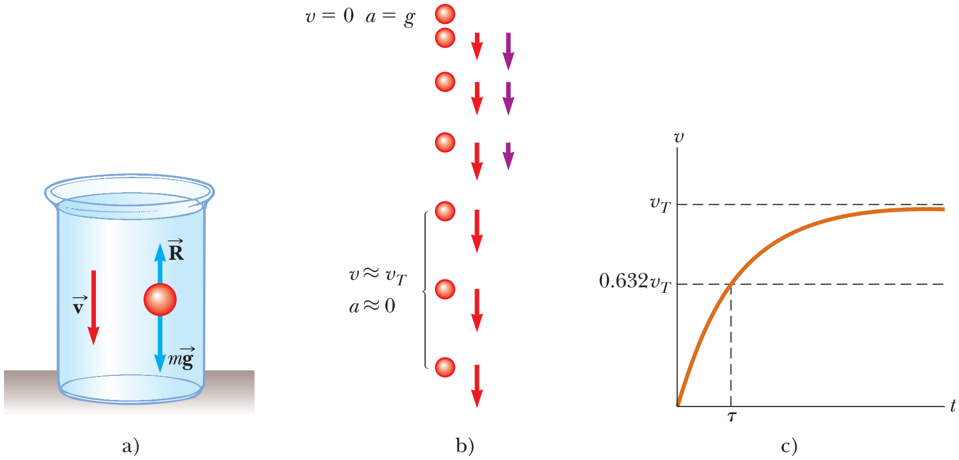


Figura 6.13 a) Una pequeña esfera que cae a través de un líquido. b) Diagrama de movimiento de la esfera mientras cae. Se muestran los vectores velocidad (rojo) y aceleración (violeta) para cada imagen después de la primera. c) Gráfica rapidez-tiempo para la esfera. La esfera se aproxima a una rapidez máxima (o terminal) v_T y la constante de tiempo τ es el tiempo en el que llega a una rapidez de $0.632v_T$.

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v \qquad \textbf{(6.4)}$$

Esta ecuación se llama *ecuación diferencial* y los métodos para resolverla pueden no serle familiares todavía. No obstante, note que, inicialmente, cuando $v = 0$, la magnitud de la fuerza resistiva también es cero y la aceleración de la esfera es simplemente g. Conforme t aumenta, la magnitud de la fuerza resistiva aumenta y la aceleración disminuye. La aceleración tiende a cero cuando la magnitud de la fuerza resistiva se aproxima al peso de la esfera. En esta situación, la rapidez de la esfera tiende a su **rapidez terminal** v_T.

◀ Rapidez terminal

La rapidez terminal se obtiene de la ecuación 6.3 al hacer $a = dv/dt = 0$. Esto produce

$$mg - bv_T = 0 \quad \text{o} \quad v_T = \frac{mg}{b}$$

La expresión para v que satisface la ecuación 6.4 con $v = 0$ y $t = 0$ es

$$v = \frac{mg}{b}(1 - e^{-bt/m}) = v_T(1 - e^{-t/\tau}) \qquad \textbf{(6.5)}$$

Esta función se grafica en la figura 6.13c. El símbolo e representa la base del logaritmo natural y también se llama *número de Euler:* $e = 2.718\ 28$. La **constante de tiempo** $\tau = m/b$ (letra griega tau) es el tiempo en el que la esfera liberada del reposo en $t = 0$ alcanza 63.2% de su rapidez terminal: cuando $t = \tau$, la ecuación 6.5 produce $v = 0.632v_T$.

Se puede comprobar que la ecuación 6.5 es una solución de la ecuación 6.4 mediante derivación directa:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{mg}{b}(1 - e^{-bt/m})\right] = \frac{mg}{b}\left(0 + \frac{b}{m}e^{-bt/m}\right) = ge^{-bt/m}$$

(Véase la tabla del apéndice B.4 para la derivada de e elevada a alguna potencia.) Al sustituir en la ecuación 6.4 estas dos expresiones para dv/dt y la expresión para v conocida por la ecuación 6.5 se demuestra que la solución satisface la ecuación diferencial.

EJEMPLO 6.8 **Esfera que cae en aceite**

Una pequeña esfera de 2.00 g de masa se libera desde el reposo en un gran contenedor lleno con aceite, donde experimenta una fuerza resistiva proporcional a su rapidez. La esfera alcanza una rapidez terminal de 5.00 cm/s. Examine la constante de tiempo τ y el tiempo en el que la esfera alcanza 90.0% de su rapidez terminal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Con la ayuda de la figura 6.13, imagine soltar la esfera en aceite y observarla hundirse hasta el fondo del contenedor. Si tiene algo de champú denso, suelte una canica en él y observe el movimiento de la canica.

Categorizar La esfera se modela como una partícula bajo una fuerza neta, con una de las fuerzas como fuerza resistiva que depende de la rapidez de la esfera.

Analizar A partir de $v_T = mg/b$, evalúe el coeficiente b:

$$b = \frac{mg}{v_T} = \frac{(2.00\text{ g})(980\text{ cm/s}^2)}{5.00\text{ cm/s}} = 392\text{ g/s}$$

Evalúe la constante de tiempo τ:

$$\tau = \frac{m}{b} = \frac{2.00\text{ g}}{392\text{ g/s}} = \boxed{5.10 \times 10^{-3}\text{ s}}$$

Encuentre el tiempo τ en el que la esfera alcanza una rapidez de $0.900v_T$ al hacer $v = 0.900v_T$ en la ecuación 6.5 y resuelva para t:

$$0.900v_T = v_T(1 - e^{-t/\tau})$$

$$1 - e^{-t/\tau} = 0.900$$

$$e^{-t/\tau} = 0.100$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln(0.100) = -2.30$$

$$t = 2.30\tau = 2.30(5.10 \times 10^{-3}\text{ s}) = 11.7 \times 10^{-3}\text{ s}$$

$$= \boxed{11.7\text{ ms}}$$

Finalizar La esfera alcanza 90.0% de su rapidez terminal en un intervalo de tiempo muy breve. Además tiene que ver este comportamiento si realiza la actividad con la canica y el champú.

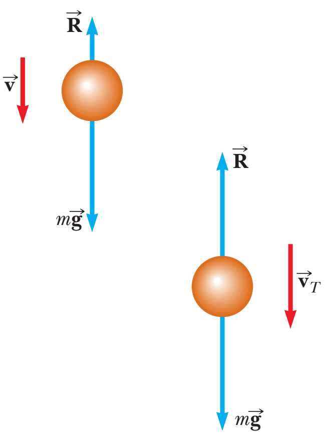


Figura 6.14 Un objeto que cae a través del aire experimenta una fuerza resistiva $\vec{R}$ y una fuerza gravitacional $\vec{F}_g = m\vec{g}$. El objeto logra la rapidez terminal (a la derecha) cuando la fuerza neta que actúa sobre él es cero; esto es: cuando $\vec{R} = -\vec{F}_g$ o $R = mg$. Antes de que se presente, la aceleración varía con la rapidez de acuerdo con la ecuación 6.8.

Modelo 2: Fuerza resistiva proporcional a la rapidez al cuadrado del objeto

Para objetos móviles con magnitudes de velocidad grandes a través del aire, como aviones, paracaidistas, automóviles y pelotas de beisbol, razonablemente la fuerza resistiva se representa con propiedad como proporcional al cuadrado de la rapidez. En estas situaciones, la magnitud de la fuerza resistiva se expresa como

$$R = \tfrac{1}{2}D\rho Av^2 \tag{6.6}$$

donde D es una cantidad empírica adimensional llamada *coeficiente de arrastre*, ρ es la densidad del aire y A es el área de sección transversal del objeto móvil observado en un plano perpendicular a su velocidad. El coeficiente de arrastre tiene un valor casi de 0.5 para objetos esféricos, pero puede tener un valor tan grande como 2 para objetos con forma irregular.

Analice el movimiento de un objeto en caída libre expuesto a una fuerza resistiva del aire hacia arriba de magnitud $R = \frac{1}{2}D\rho Av^2$. Suponga que un objeto de masa m se libera desde el reposo. Como muestra la figura 6.14, el objeto experimenta dos fuerzas externas:[2] la fuerza gravitacional hacia abajo $\vec{F}_g = m\vec{g}$ y la fuerza resistiva hacia arriba $\vec{R}$. En consecuencia, la magnitud de la fuerza neta es

$$\sum F = mg - \tfrac{1}{2}D\rho Av^2 \tag{6.7}$$

[2] Como con el modelo 1, también hay una fuerza de flotación hacia arriba que se ignora.

TABLA 6.1

Rapidez terminal para varios objetos que caen a través del aire

Objeto	Masa (kg)	Área de sección transversal (m^2)	v_T (m/s)
Paracaidista	75	0.70	60
Pelota de beisbol (3.7 cm de radio)	0.145	4.2×10^{-3}	43
Pelota de golf (2.1 cm de radio)	0.046	1.4×10^{-3}	44
Granizo (0.50 cm de radio)	4.8×10^{-4}	7.9×10^{-5}	14
Gota de lluvia (0.20 cm de radio)	3.4×10^{-5}	1.3×10^{-5}	9.0

donde se toma hacia abajo como la dirección vertical positiva. Al usar la fuerza en la ecuación 6.7 en la segunda ley de Newton, se encuentra que el objeto tiene una aceleración hacia abajo de magnitud

$$a = g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right)v^2 \tag{6.8}$$

La rapidez terminal v_T se puede calcular al notar que, cuando la fuerza gravitacional se equilibra mediante la fuerza resistiva, la fuerza neta sobre el objeto es cero y debido a eso su aceleración es cero. Al hacer $a = 0$ en la ecuación 6.8 se obtiene

$$g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right){v_T}^2 = 0$$

de modo que

$$v_T = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}} \tag{6.9}$$

La tabla 6.1 menciona las magnitudes de velocidad terminal de diferentes objetos que caen a través del aire.

Pregunta rápida 6.4 Una pelota de beisbol y una de basquetbol, que tienen la misma masa, se dejan caer a través del aire desde el reposo, tal que sus partes inferiores están inicialmente a la misma altura sobre el suelo, en el orden de 1 m o más. ¿Cuál golpea el suelo primero? a) La pelota de beisbol golpea el suelo primero. b) El balón de basquetbol golpea el suelo primero. c) Ambas golpean el suelo al mismo tiempo.

EJEMPLO CONCEPTUAL 6.9 La *skysurfer*

Considere una *skysurfer* (figura 6.15) que salta desde un avión con los pies firmemente atados a su tabla de surf, hace algunos trucos y luego abre su paracaídas. Describa las fuerzas que actúan sobre ella durante dichas maniobras.

SOLUCIÓN

Cuando el surfista sale del avión, no tiene velocidad vertical. La fuerza gravitacional hacia abajo hace que ella acelere hacia el suelo. A medida que aumenta su rapidez hacia abajo, así lo hace la fuerza resistiva hacia arriba que ejerce el aire sobre su cuerpo y la tabla. Esta fuerza hacia arriba reduce su aceleración y por tanto su rapidez aumenta más lentamente. Al final, van tan rápido que la fuerza resistiva hacia arriba se iguala con la fuerza gravitacional hacia abajo. Ahora la fuerza neta es cero y ya no acelera, y en vez de ello llega a su rapidez terminal. En algún punto después de llegar a su rapidez terminal, abre su paracaídas, lo que resulta en un drástico aumento en la fuerza resistiva hacia arriba. La fuerza neta (y por tanto la aceleración) ahora es hacia arriba, en la dirección opuesta a la dirección de la velocidad. En consecuencia, la velocidad hacia abajo disminuye rápidamente, y la fuerza resistiva sobre el paracaídas también disminuye. Al final, la fuerza resistiva hacia

Jump Run Productions/Getty Images

Figura 6.15 (Ejemplo conceptual 6.9) Un *skysurfer*.

arriba y la fuerza gravitacional hacia abajo se equilibran mutuamente y se alcanza una rapidez terminal mucho más pequeña, lo que permite un aterrizaje seguro.

(Contrario a la creencia popular, el vector velocidad de un paracaidista nunca apunta hacia arriba. Usted debe haber visto una cinta de video en la que un paracaidista parece un "cohete" hacia arriba una vez que el paracaídas se abre. De hecho, lo que ocurre es que el paracaidista frena pero la persona que sostiene la cámara continúa cayendo a gran rapidez.)

EJEMPLO 6.10 Caída de filtros de café

La dependencia de la fuerza resistiva con el cuadrado de la rapidez es un modelo. Pruebe el modelo para una situación específica. Imagine un experimento en el que se deja caer una serie de filtros de café apilados y se mide su rapidez terminal. La tabla 6.2 presenta datos de rapidez terminal característicos de un experimento real que usa dichos filtros de café conforme caen a través del aire. La constante de tiempo τ es pequeña, así que un filtro que se deja caer alcanza prontamente la rapidez terminal. Cada filtro tiene una masa de 1.64 g. Cuando los filtros se apilan juntos el área de la superficie que ve al frente no aumenta. Determine la relación entre la fuerza resisti-va que ejerce el aire y la rapidez de los filtros que caen.

TABLA 6.2

Rapidez terminal y fuerza resistiva para filtros de café apilados

Número de filtros	v_T (m/s)[a]	R (N)
1	1.01	0.016 1
2	1.40	0.032 1
3	1.63	0.048 3
4	2.00	0.064 4
5	2.25	0.080 5
6	2.40	0.096 6
7	2.57	0.112 7
8	2.80	0.128 8
9	3.05	0.144 9
10	3.22	0.161 0

[a] Todos los valores de v_T son aproximados.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine soltar los filtros de café a través del aire. (Si tiene algunos filtros de café, intente soltarlos.) Debido a la masa relativamente pequeña del filtro de café, probablemente no notará el intervalo de tiempo durante el que hay una aceleración. Los filtros parecerán caer con velocidad constante de inmediato, al dejar su mano.

Categorizar Puesto que un filtro se mueve a velocidad constante, se le modela como partícula en equilibrio.

Analizar A rapidez terminal, la fuerza resistiva hacia arriba sobre el filtro equilibra la fuerza gravitacional hacia abajo de modo que $R = mg$.

Evalúe la magnitud de la fuerza resistiva:

$$R = mg = (1.64\ \text{g})\left(\frac{1\ \text{kg}}{1\ 000\ \text{g}}\right)(9.80\ \text{m/s}^2) = 0.016\ 1\ \text{N}$$

Del mismo modo, dos filtros apilados juntos experimentan 0.032 2 N de fuerza resistiva, etcétera. Dichos valores de fuerza resistiva se muestran en la columna de la extrema derecha en la tabla 6.2. En la figura 6.16a se muestra una gráfica de la fuerza resistiva sobre los filtros como función de la rapidez terminal. Una línea recta no es un buen ajuste, lo que indica que la fuerza resistiva *no* es proporcional a la rapidez. El comportamiento se ve más claramente en la figura 6.16b, ahí la fuerza resistiva se grafica como una función del cuadrado de la rapidez terminal. Esta gráfica indica que la fuerza resistiva es proporcional al *cuadrado* de la rapidez, como sugiere la ecuación 6.6.

Finalizar He aquí una buena oportunidad para que en casa tome algunos datos reales de filtros de café reales y vea si es capaz de reproducir los resultados que se muestran en la figura 6.16. Si tiene champú y una canica, como se mencionó en el ejemplo 6.8, también tome datos en dicho sistema y vea si la fuerza resistiva se modela adecuadamente como proporcional a la rapidez.

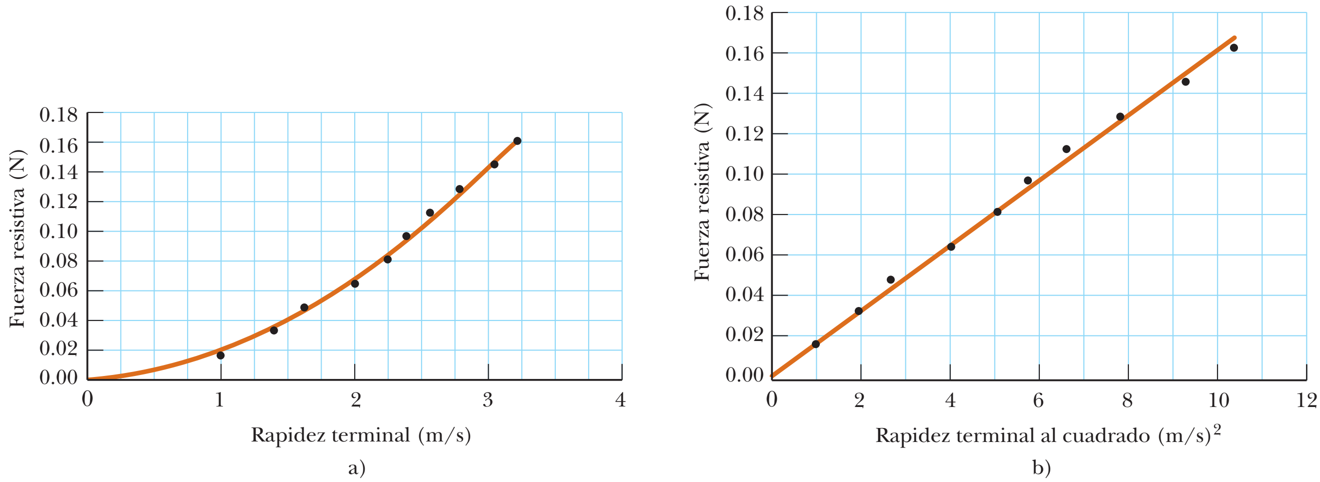


Figura 6.16 (Ejemplo 6.10) a) Correspondencia entre la fuerza resistiva que actúa sobre filtros de café que caen y su rapidez terminal. La línea curva es una ajuste polinomial de segundo orden. b) Gráfica que relaciona la fuerza resistiva con el cuadrado de la rapidez terminal. El ajuste de la línea recta a los puntos de información indica que la fuerza resistiva es proporcional al cuadrado de la rapidez terminal. ¿Puede encontrar la constante de proporcionalidad?

EJEMPLO 6.11 Fuerza resistiva ejercida sobre una pelota de beisbol

Un lanzador arroja una pelota de beisbol de 0.145 kg a un lado del bateador a 40.2 m/s (= 90 mi/h). Encuentre la fuerza resistiva que actúa sobre la pelota con esta rapidez.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Este ejemplo es diferente del anterior en que ahora el objeto es móvil horizontalmente a través del aire, en lugar de moverse de manera vertical bajo la influencia de la gravedad y la fuerza resistiva. La fuerza resistiva hace que la pelota disminuya su velocidad mientras la gravedad hace que su trayectoria se curve hacia abajo. La situación se simplifica al suponer que el vector velocidad es exactamente horizontal en el instante en que viaja a 40.2 m/s.

Categorizar En general, la pelota es una partícula bajo una fuerza neta. Sin embargo, ya que se considera sólo un instante de tiempo, no hay que preocuparse por la aceleración, de modo que el problema sólo implica encontrar el valor de una de las fuerzas.

Analizar Para determinar el coeficiente de arrastre D, imagine que suelta la pelota y la deja llegar a su rapidez terminal. Resuelva la ecuación 6.9 para D y sustituya los valores apropiados para m, v_T y A de la tabla 6.1, y considere la densidad del aire como 1.20 kg/m^3:

$$D = \frac{2mg}{v_T^{\,2}\rho A} = \frac{2(0.145\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{(43\text{ m/s})^2(1.20\text{ kg/m}^3)(4.2\times10^{-3}\text{ m}^2)}$$
$$= 0.305$$

Use este valor para D en la ecuación 6.6 para encontrar la magnitud de la fuerza resistiva:

$$R = \tfrac{1}{2}D\rho Av^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(0.305)(1.20\text{ kg/m}^3)(4.2\times10^{-3}\text{ m}^2)(40.2\text{ m/s})^2$$
$$= \boxed{1.2\text{ N}}$$

Finalizar La magnitud de la fuerza resistiva es similar en magnitud al peso de la pelota de beisbol, que es casi 1.4 N. Por lo tanto, la resistencia del aire desempeña un papel importante en el movimiento de la pelota, como se manifiesta por la variedad de curvas, "de columpio" (hacia abajo), "dormilona" y demás que lanzan los pitchers.

Resumen

DEFINICIONES

Una partícula en movimiento circular uniforme tiene una aceleración centrípeta; esta aceleración la proporciona una fuerza neta que se dirija hacia el centro de la trayectoria circular.

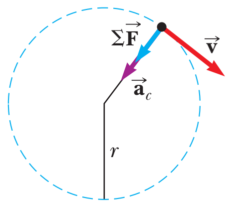
Un observador en un marco de referencia no inercial (acelerado) introduce **fuerzas ficticias** cuando aplica la segunda ley de Newton en dicho marco.

Un objeto móvil a través de un líquido o gas experimenta una **fuerza resistiva** dependiente de la rapidez. Esta fuerza resistiva está en dirección opuesta a la velocidad del objeto en relación con el medio y por lo general aumenta con la rapidez. La magnitud de la fuerza resistiva depende del tamaño y forma del objeto y de las propiedades del medio a través del que se mueve el objeto. En el caso límite para un objeto que cae, cuando la magnitud de la fuerza resistiva es igual al peso del objeto, éste alcanza su **rapidez terminal**.

MODELO DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Partícula en movimiento circular uniforme Con el nuevo conocimiento de las fuerzas, se pueden hacer agregados al modelo de una partícula en movimiento circular uniforme, que se introdujo en el capítulo 4. La segunda ley de Newton aplicada a una partícula en movimiento circular uniforme establece que la fuerza neta que permite a la partícula someterse a una aceleración centrípeta (ecuación 4.15) se relaciona con la aceleración de acuerdo con

$$\sum F = ma_c = m\frac{v^2}{r} \quad \textbf{(6.1)}$$



Preguntas

O Indica pregunta complementaria.

1. **O** Una puerta en un hospital tiene un cierre neumático que empuja la puerta para cerrar de tal modo que la perilla se mueve con rapidez constante en la mayor parte de su trayectoria. En esta parte de su movimiento, a) ¿la perilla experimenta una aceleración centrípeta?, b) ¿Experimenta una aceleración tangencial? Apresurada por una emergencia, una enfermera proporciona un empujón repentino a la puerta cerrada. La puerta se abre contra el dispositivo neumático, frena y luego invierte su movimiento. En el momento en que la puerta está más abierta, c) ¿la perilla tiene una aceleración centrípeta?, d) ¿Tiene una aceleración tangencial?
2. Describa la trayectoria de un cuerpo móvil en el evento en que su aceleración sea constante en magnitud en todo momento y a) perpendicular a la velocidad; b) paralela a la velocidad.
3. Un objeto ejecuta movimiento circular con rapidez constante siempre que una fuerza neta de magnitud constante actúe perpendicular a la velocidad. ¿Qué le ocurre a la rapidez si la fuerza no es perpendicular a la velocidad?
4. **O** Un niño practica para una carrera de bicicletas a campo traviesa. Su rapidez permanece constante conforme avanza alrededor de una pista a nivel contra las manecillas del reloj, con dos secciones rectas y dos secciones casi semicirculares, como se muestra en la vista de helicóptero en la figura P6.4. a) Clasifique las magnitudes de su aceleración en los puntos *A*, *B*, *C*, *D* y *E*, de mayor a menor. Si su aceleración es del mismo tamaño en dos puntos, muestre tal hecho en su clasificación. Si su aceleración es cero, resalte este hecho. b) ¿Cuáles son las direcciones de su velocidad en los puntos *A*, *B* y *C*? Para cada punto elija uno: ¿norte, sur, este, oeste o no existe? c) ¿Cuáles son las direcciones de su aceleración en los puntos *A*, *B* y *C*?

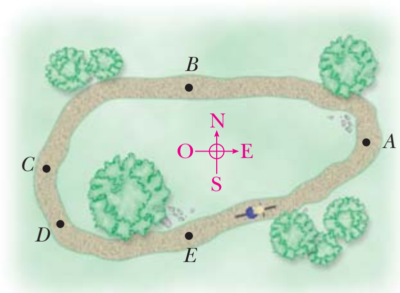


Figura P6.4

5. **O** Un péndulo consiste de un objeto pequeño llamado plomada que cuelga de una cuerda ligera de longitud fija, con el extremo superior de la cuerda fijo, como se representa en la figura P6.5. La plomada se mueve sin fricción, y se balancea con alturas iguales en ambos lados. Se mueve desde su punto de retorno *A* a través del punto *B* y llega a su rapidez máxima en el punto *C*. a) De estos puntos, ¿existe uno donde la plomada tenga aceleración radial distinta de cero y aceleración tangencial cero? Si es así, ¿cuál punto? ¿Cuál es la dirección de su aceleración total

en este punto? b) De estos puntos, ¿existe un punto donde la plomada tenga aceleración tangencial distinta de cero y aceleración radial cero? Si es así, ¿cuál punto? ¿Cuál es la dirección de su aceleración total en este punto? c) ¿Existe un punto donde la plomada no tenga aceleración? Si es así, ¿cuál punto? d) ¿Existe un punto donde la plomada tenga aceleraciones tangencial y radial distintas de cero? Si es así, ¿cuál punto? ¿Cuál es la dirección de su aceleración total en este punto?

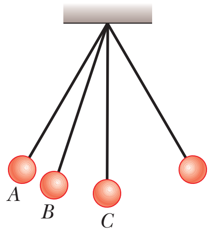


Figura P6.5

6. Si alguien le dijera que los astronautas no tienen peso en órbita porque están más allá de la atracción de la gravedad, ¿aceptaría la afirmación? Explique.

7. Se ha sugerido que cilindros giratorios de casi 20 km de largo y 8 km de diámetro se coloquen en el espacio y se usen como colonias. El propósito de la rotación es simular gravedad para los habitantes. Explique este concepto para producir una imitación efectiva de la gravedad.

8. Una cubeta de agua se puede girar en una trayectoria vertical tal que no se derrame agua. ¿Por qué el agua permanece en la cubeta, aun cuando la cubeta esté sobre su cabeza?

9. ¿Por qué un piloto tiende a desmayarse cuando sale de una pronunciada caída en picada?

10. **O** Antes de despegar en un avión, un inquisitivo estudiante en el avión toma un puñado de llaves y lo deja colgar de un cordón. Las llaves cuelgan justo hacia abajo mientras el avión está en reposo en espera del despegue. Luego el avión gana rapidez mientras se mueve por la pista. a) En relación con la mano del estudiante, ¿las llaves corren hacia el frente del avión, continúan colgando recto hacia abajo o se corren hacia la parte trasera del avión? b) La rapidez del avión aumenta en una proporción constante durante un intervalo de tiempo de varios segundos. Durante este intervalo, ¿el ángulo que el cordón forma con la vertical aumenta, permanece constante o disminuye?

11. El observador dentro del elevador en aceleración del ejemplo 5.8 diría que el "peso" del pescado es *T*, la lectura de la balanza. Es obvio que la respuesta es equivocada. ¿Por qué esta observación difiere de la de una persona fuera del elevador, en reposo respecto de la Tierra?

12. Un paracaidista que cae llega a rapidez terminal con su paracaídas cerrado. Después de que el paracaídas se abre, ¿qué parámetros cambian para disminuir su rapidez terminal?

13. ¿Qué fuerzas hacen que se mueva a) un automóvil, b) un avión impulsado por hélice y c) un bote de remos?

14. Considere que una pequeña gota de lluvia y una gran gota de lluvia caen a través de la atmósfera. Compare sus magnitudes de velocidad terminales. ¿Cuáles son sus aceleraciones cuando llegan a su rapidez terminal?

15. **O** Examine un paracaidista que salta de un helicóptero y cae a través del aire, antes de alcanzar su rapidez terminal y mucho antes de abrir su paracaídas. a) ¿Su rapidez aumenta, disminuye o permanece constante? b) ¿La magnitud de su aceleración aumenta, disminuye, permanece constante en cero, permanece constante a 9.80 m/s^2 o permanece constante a algún otro valor?

16. "Si la posición y velocidad actuales de toda partícula en el Universo fuesen conocidas, junto con las leyes que describen las fuerzas que las partículas ejercen unas sobre otras, en tal caso se podría calcular todo el futuro del Universo. El futuro es definido y predeterminado. El libre albedrío es una ilusión." ¿Está de acuerdo con esta tesis? Argumente a favor o en contra.

Problemas

Sección 6.1 Segunda ley de Newton para una partícula en movimiento circular uniforme

1. Una cuerda ligera sostiene una carga fija colgante de 25.0 kg antes de romperse. Un objeto de 3.00 kg unido a la cuerda está girando sobre una mesa horizontal sin fricción en un círculo de 0.800 m de radio, y el otro extremo de la cuerda se mantiene fijo. ¿Qué intervalor de rapidez puede tener el objeto antes de que la cuerda se rompa?
2. Una curva en un camino forma parte de un círculo horizontal. Cuando la rapidez de un automóvil que circula por ella es de 14 m/s constante, la fuerza total sobre el conductor tiene 130 N de magnitud. ¿Cuál es la fuerza vectorial total sobre el conductor si la rapidez es 18.0 m/s?
3. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, la rapidez del electrón es aproximadamente 2.20×10^{-6} m/s. Encuentre a) la fuerza que actúa sobre el electrón mientras da vueltas en una órbita circular de 0.530×10^{-10} m de radio y b) la aceleración centrípeta del electrón.
4. Mientras dos astronautas del *Apolo* estaban en la superficie de la Luna, un tercer astronauta orbitaba la Luna. Suponga que la órbita es circular y 100 km arriba de la superficie de la Luna, donde la aceleración debida a la gravedad es 1.52 m/s^2. El radio de la Luna es 1.70×10^6 m. Determine a) la rapidez orbital del astronauta y b) el periodo de la órbita.
5. Una moneda colocada a 30.0 cm del centro de una tornamesa horizontal giratoria se desliza cuando su rapidez es 50.0 cm/s. a) ¿Qué fuerza causa la aceleración centrípeta cuando la moneda está fija en relación con la tornamesa? b) ¿Cuál es el coeficiente de fricción estática entre la moneda y la tornamesa?

6. En un ciclotrón (un acelerador de partículas), un deuterón (de 2.00 u de masa) alcanza una rapidez final de 10.0% la rapidez de la luz mientras se mueve en una trayectoria circular de 0.480 m de radio. El deuterón se mantiene en la trayectoria circular mediante una fuerza magnética. ¿Qué magnitud de fuerza se requiere?

7. Una estación espacial, en forma de rueda de 120 m de diámetro, rota para proporcionar una "gravedad artificial" de 3.00 m/s^2 para las personas que caminan alrededor de la pared interior del borde externo. Encuentre la proporción de rotación de la rueda (en revoluciones por minuto) que producirá este efecto.

8. Examine un péndulo cónico (figura 6.3) con una plomada de 80.0 kg en un alambre de 10.0 m que forma un ángulo $\theta = 5.00°$ con la vertical. Determine a) las componentes horizontal y vertical de la fuerza que ejerce el alambre en el péndulo y b) la aceleración radial de la plomada.

9. Una caja de huevos se ubica en la mitad de la plataforma de una camioneta pickup mientras la camioneta entra en una curva sin peralte en el camino. La curva se puede considerar como un arco de círculo de 35.0 m de radio. Si el coeficiente de fricción estática entre la caja y la camioneta es 0.600, ¿qué tan rápido se puede mover la camioneta sin que la caja se deslice?

10. Un automóvil viaja inicialmente hacia el este y da vuelta al norte al viajar en una trayectoria circular con rapidez uniforme, como se muestra en la figura P6.10. La longitud del arco *ABC* es 235 m y el automóvil completa la vuelta en 36.0 s. a) ¿Cuál es la aceleración cuando el automóvil está en *B*, ubicado a un ángulo de 35.0°? Exprese su respuesta en términos de los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{j}}$. Determine b) la rapidez promedio del automóvil y c) su aceleración promedio durante el intervalo de 36.0 s.

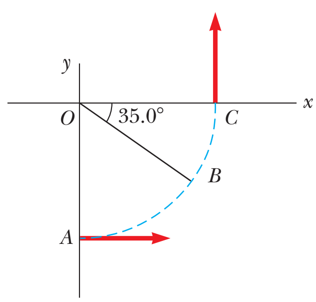


Figura P6.10

11. Un objeto de 4.00 kg se une a una barra vertical mediante dos cuerdas, como se muestra en la figura P6.11. El objeto gira en un círculo horizontal con rapidez constante de 6.00 m/s. Encuentre la tensión en a) la cuerda superior y b) la cuerda inferior.

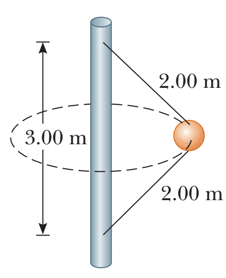


Figura P6.11

Sección 6.2 Movimiento circular no uniforme

12. Un halcón vuela en un arco horizontal de 12.0 m de radio con una rapidez constante de 4.00 m/s. a) Encuentre su aceleración centrípeta. b) El halcón continúa volando a lo largo del mismo arco horizontal pero aumenta su rapidez en una proporción de 1.20 m/s^2. Encuentre la aceleración (magnitud y dirección) bajo estas condiciones.

13. Un niño de 40.0 kg se mece en un columpio sostenido por dos cadenas, cada una de 3.00 m de largo. La tensión en cada cadena en el punto más bajo es 350 N. Encuentre a) la rapidez del niño en el punto más bajo y b) la fuerza que ejerce el asiento sobre el niño en el punto más bajo. (Ignore la masa del asiento.)

14. Un carro de montaña rusa (figura P6.14) tiene una masa de 500 kg cuando está completamente cargado con pasajeros. a) Si el vehículo tiene una rapidez de 20.0 m/s en el punto Ⓐ, ¿cuál es la fuerza que ejerce la pista sobre el carro en este punto? b) ¿Cuál es la rapidez máxima que puede tener el vehículo en el punto Ⓑ y todavía permanecer sobre la pista?

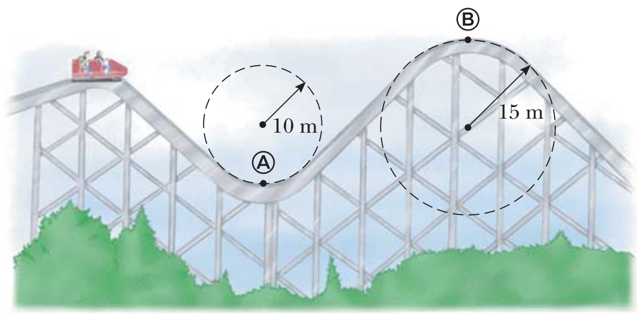


Figura P6.14

15. Tarzán ($m = 85.0$ kg) intenta cruzar un río al balancearse con una liana. La liana mide 10.0 m de largo y su rapidez en la parte baja del balanceo (mientras apenas libra el agua) será 8.00 m/s. Tarzán no sabe que la liana tiene una resistencia a la rotura de 1 000 N. ¿Logrará cruzar el río con seguridad?

16. ● Un extremo de una cuerda está fijo y un objeto pequeño de 0.500 kg se une al otro extremo, donde se balancea en una sección de un círculo vertical de 2.00 m de radio, como se muestra en la figura 6.9. Cuando $\theta = 20.0°$, la rapidez del objeto es 8.00 m/s. En este instante, encuentre a) la tensión en la cuerda, b) las componentes tangencial y radial de la aceleración y c) la aceleración total. d) ¿Su respuesta cambia si el objeto se balancea hacia arriba en lugar de hacia abajo? Explique.

17. Una cubeta con agua gira en un círculo vertical de 1.00 m de radio. ¿Cuál es la rapidez mínima de la cubeta en lo alto del círculo si no se debe derramar agua?

18. Una montaña rusa en el parque de diversiones Six Flags Great America en Gurnee, Illinois, incorpora cierta tecnología de diseño ingeniosa y algo de física básica. Cada bucle vertical, en lugar de ser circular, tiene forma de lágrima (figura P6.18). Los carros viajan en el interior del bucle en la parte superior, y las magnitudes de velocidad son lo suficientemente grandes para asegurar que los carros permanezcan en la pista. El bucle más grande tiene 40.0 m de alto, con una rapidez máxima de 31.0 m/s (casi 70 mi/h) en la parte inferior. Suponga que la rapidez en la parte superior es 13.0 m/s y la aceleración centrípeta correspondiente es 2*g*. a) ¿Cuál es el radio del arco de la lágrima en la parte superior? b) Si la masa total de un carro

más los pasajeros es M, ¿qué fuerza ejerce el riel sobre el carro en la parte superior? c) Suponga que la montaña rusa tiene un bucle circular de 20.0 m de radio. Si los carros tienen la misma rapidez, 13.0 m/s en la parte superior, ¿cuál es la aceleración centrípeta en la parte superior? Comente acerca de la fuerza normal en la parte superior en esta situación.

Figura P6.18

Sección 6.3 Movimiento en marcos acelerados

19. ● Un objeto de 5.00 kg de masa, unido a una balanza de resorte, descansa sobre una superficie horizontal sin fricción, como se muestra en la figura P6.19. La balanza de resorte, unida al extremo frontal de un vagón, tiene una lectura constante de 18.0 N cuando el carro está en movimiento. a) La lectura en la balanza es de cero cuando el vagón está en reposo. Determine la aceleración del vagón. b) ¿Qué lectura constante mostrará la balanza si el vagón se mueve con velocidad constante? c) Describa las fuerzas sobre el objeto como lo observa alguien en el vagón y alguien en reposo fuera del vagón.

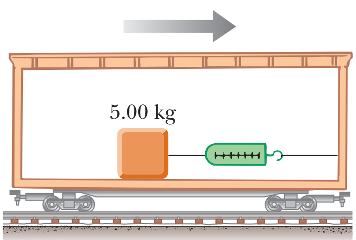


Figura P6.19

20. Un pequeño contenedor de agua se coloca sobre un carrusel dentro de un horno de microondas en un radio de 12.0 cm desde el centro. La tornamesa gira de manera uniforme y da una revolución cada 7.25 s. ¿Qué ángulo forma la superficie del agua con la horizontal?

21. Un objeto de 0.500 kg está suspendido del techo de un vagón que acelera, como se muestra en la figura 6.12. Tome $a = 3.00$ m/s^2 y encuentre a) el ángulo que forma la cuerda con la vertical y b) la tensión en la cuerda.

22. Un estudiante está de pie en un elevador que acelera continuamente hacia arriba con aceleración a. Su mochila está en el piso junto a la pared. El ancho del elevador es L. El estudiante da a su mochila una patada rápida en $t = 0$ y le imparte una rapidez v que la hace deslizar a través del piso del elevador. En el tiempo t, la mochila golpea la pared opuesta. Encuentre el coeficiente de fricción cinética μ_k entre la mochila y el piso del elevador.

23. Una persona está de pie sobre una báscula en un elevador. Mientras el elevador parte, la báscula tiene una lectura constante de 591 N. Más tarde, cuando el elevador se detiene, la lectura de la báscula es 391 N. Suponga que la magnitud de la aceleración es la misma durante la partida y el frenado. Determine: a) el peso de la persona, b) la masa de la persona y c) la aceleración del elevador.

24. Una niña en vacaciones se despierta. Se encuentra sobre su espalda. La tensión en los músculos en ambos lados de su cuello es 55.0 N mientras eleva su cabeza para mirar por encima de los dedos de sus pies hacia afuera por la ventana del hotel. ¡Finalmente no llueve! Diez minutos después, grita conforme baja por un tobogán de agua, los pies primero, a una rapidez terminal de 5.70 m/s, viajando por lo alto de la pared exterior de una curva horizontal de 2.40 m de radio (figura P6.24). Eleva la cabeza para ver hacia adelante sobre los dedos de sus pies. Encuentre la tensión en los músculos en ambos lados de su cuello.

Figura P6.24

25. Una plomada no cuelga exactamente a lo largo de una línea que se dirige al centro de rotación de la Tierra. ¿Cuánto se desvía la plomada de una línea radial a 35.0° latitud norte? Suponga que la Tierra es esférica.

Sección 6.4 Movimiento en presencia de fuerzas resistivas

26. Un paracaidista de 80.0 kg de masa salta desde un avión de lento movimiento y alcanza una rapidez terminal de 50.0 m/s. a) ¿Cuál es la aceleración del paracaidista cuando su rapidez es 30.0 m/s? ¿Cuál es la fuerza de arrastre sobre el paracaidista cuando su rapidez es b) 50.0 m/s? c) ¿Cuando es 30.0 m/s?

27. Un pequeño trozo de espuma de estireno, material de empaque, se suelta desde una altura de 2.00 m sobre el suelo. Hasta que llega a rapidez terminal, la magnitud de su aceleración se conoce mediante $a = g - bv$. Después de caer 0.500 m, la espuma de estireno en efecto alcanza su rapidez terminal y después tarda 5.00 s más en llegar al suelo. a) ¿Cuál es el valor de la constante b? b) ¿Cuál es la aceleración en $t = 0$? c) ¿Cuál es la aceleración cuando la rapidez es 0.150 m/s?

28. a) Estime la rapidez terminal de una esfera de madera (densidad 0.830 g/cm^3) que cae a través del aire, considere su radio como 8.00 cm y su coeficiente de arrastre como 0.500. b) ¿Desde qué altura un objeto en caída libre alcanzaría esta rapidez en ausencia de resistencia del aire?

29. Calcule la fuerza que se requiere para jalar una bola de cobre de 2.00 cm de radio hacia arriba a través de un fluido con rapidez constante de 9.00 cm/s. Considere la fuerza de arrastre proporcional a la rapidez, con constante de proporcionalidad 0.950 kg/s. Ignore la fuerza de flotación.

30. La masa de un automóvil deportivo es 1 200 kg. La forma del cuerpo es tal que el coeficiente de arrastre aerodinámico es 0.250 y el área frontal es 2.20 m^2. Si ignora todas las otras fuentes de fricción, calcule la aceleración inicial que tiene el automóvil si ha viajado a 100 km/h y ahora que cambia a neutral y lo deja deslizarse.

31. Una esfera pequeña de 3.00 g de masa se libera desde el reposo en $t = 0$ dentro de una botella de champú líquido. Se observa que la rapidez terminal es $v_T = 2.00$ cm/s. Encuentre: a) el valor de la constante b en la ecuación 6.2, b) el tiempo t en el que la esfera alcanza $0.632v_T$ y c) el valor de la fuerza resistiva cuando la esfera alcanza su rapidez terminal.

32. **Problema de repaso.** Una policía encubierta jala un rodillo de goma por una ventana vertical muy alta. El rodillo tiene 160 g de masa y está montado en el extremo de una barra ligera. El coeficiente de fricción cinética entre el rodillo y el vidrio seco es 0.900. La agente lo presiona contra la ventana con una fuerza que tiene una componente horizontal de 4.00 N. a) Si ella jala el rodillo por la ventana a velocidad constante, ¿qué componente de fuerza vertical debe ejercer? b) La agente aumenta la componente de fuerza hacia abajo en 25.0%, pero todas las otras fuerzas permanecen iguales. Encuentre la aceleración del rodillo en esta situación. c) Luego el rodillo se mueve en una porción húmeda de la ventana, donde su movimiento ahora lo resiste una fuerza de arrastre de fluido proporcional a su velocidad de acuerdo con $R = -(20.0 \text{ N} \cdot \text{s/m})v$. Encuentre la velocidad terminal a la que se aproxima el rodillo, si supone que la agente ejerce la misma fuerza descrita en el inciso b).

33. Un objeto de 9.00 kg que parte del reposo cae a través de un medio viscoso y experimenta una fuerza resistiva $\vec{\mathbf{R}} = -b\vec{\mathbf{v}}$, donde $\vec{\mathbf{v}}$ es la velocidad del objeto. El objeto alcanza un medio de su rapidez terminal en 5.54 s. a) Determine la rapidez terminal. b) ¿En qué tiempo la rapidez del objeto es tres cuartos de la rapidez terminal? c) ¿Qué distancia recorrió el objeto en los primeros 5.54 s de movimiento?

34. Considere un objeto sobre el que la fuerza neta es una fuerza resistiva proporcional al cuadrado de su rapidez. Por ejemplo, suponga que la fuerza resistiva que actúa sobre un patinador rápido es $f = -kmv^2$, donde k es una constante y m es la masa del patinador. El patinador cruza la línea de meta de una competencia en línea recta con rapidez v_0 y después disminuye su velocidad deslizándose sobre sus patines. Demuestre que la rapidez del patinador en cualquier tiempo t después de cruzar la línea final es $v(t) = v_0/(1 + ktv_0)$. Este problema también proporciona los antecedentes para los siguientes dos problemas.

35. a) Use el resultado del problema 34 para encontrar la posición x como función del tiempo para un objeto de masa m ubicado en $x = 0$ y que se mueve con velocidad $-v_0\,\hat{\mathbf{i}}$ en el tiempo $t = 0$, y a partir de ahí experimenta una fuerza neta $-kmv^2\,\hat{\mathbf{i}}$. b) Encuentre la velocidad del objeto como función de la posición.

36. En los juegos de beisbol de las grandes ligas es un lugar común mostrar en una pantalla la rapidez de cada lanzamiento. Esta rapidez se determina con una pistola radar dirigida por un operador colocado detrás de la almohadilla del bateador. La pistola usa el corrimiento Doppler de microondas reflejadas desde la bola de beisbol, como se estudiará en el capítulo 39. La pistola determina la rapidez en algún punto particular sobre la trayectoria de la bola, dependiendo de cuándo el operador jala el disparador. Puesto que la bola está sometida a una fuerza de arrastre debida al aire, frena conforme viaja 18.3 m hacia la almohadilla. Use el resultado del problema 35b) para encontrar cuánto disminuye su rapidez. Suponga que la bola deja la mano del lanzador a 90.0 mi/h = 40.2 m/s. Ignore su movimiento vertical. Use los datos acerca de bolas de beisbol del ejemplo 6.11 para determinar la rapidez del lanzamiento cuando cruza la almohadilla.

37. El conductor de un lancha de motor apaga su motor cuando su rapidez es 10.0 m/s y se desliza hasta el reposo. La ecuación que describe el movimiento de la lancha durante este periodo es $v = v_i e^{-ct}$, donde v es la rapidez en el tiempo t, v_i es la rapidez inicial y c es una constante. En $t = 20.0$ s, la rapidez es 5.00 m/s. a) Encuentre la constante c. b) ¿Cuál es la rapidez en $t = 40.0$ s? c) derive la expresión para $v(t)$ y muestre por esto que la aceleración de la lancha es proporcional a la rapidez en cualquier tiempo.

38. Usted puede sentir una fuerza de arrastre de aire sobre su mano si estira el brazo por afuera de una ventana abierta en un automóvil que se mueve rápidamente. *Nota:* No se ponga en peligro. ¿Cuál es el orden de magnitud de esta fuerza? En su solución, establezca las cantidades que mida o estime y sus valores.

Problemas adicionales

39. Un objeto de masa m se proyecta hacia adelante a lo largo del eje x con rapidez inicial v_0. La única fuerza sobre él es una fuerza resistiva proporcional a su velocidad, dada por $\vec{\mathbf{R}} = -b\vec{\mathbf{v}}$. De manera concreta, podría visualizar un avión con flotadores que aterriza sobre un lago. La segunda ley de Newton aplicada al objeto es $bv\,\hat{\mathbf{i}} = m(dv/dt)\,\hat{\mathbf{i}}$. A partir del teorema fundamental del cálculo, esta ecuación diferencial implica que la rapidez cambia de acuerdo con

$$\int_{\text{inicio}}^{\text{un punto posterior}} \frac{dv}{v} = -\frac{b}{m}\int_0^t dt$$

Realice las integraciones para determinar la rapidez del objeto como función del tiempo. Bosqueje una gráfica de la rapidez como función del tiempo. ¿El objeto llega a un alto completo después de un intervalo de tiempo finito? ¿El objeto viaja una distancia finita para detenerse?

40. Un objeto de 0.400 kg se balancea en una trayectoria circular vertical sobre una cuerda de 0.500 m de largo. Si su rapidez es 4.00 m/s en lo alto del círculo, ¿cuál es la tensión en la cuerda en ese lugar?

41. a) Un carrusel de equipaje en un aeropuerto tiene la forma de una sección de un gran cono, y gira de manera estable en torno a su eje vertical. Su superficie metálica se inclina hacia abajo y al exterior y forma un ángulo de 20.0° con la horizontal. Una pieza de equipaje que tiene una masa de 30.0 kg se coloca sobre el carrusel, a 7.46 m del eje de rotación. La maleta viajera gira una vez en 38.0 s. Calcule la fuerza de fricción estática que ejerce el carrusel sobre la maleta. b) El motor conductor se cambia para girar el carrusel a una mayor relación de rotación constante, y la pieza de equipaje salta a otra posición, a 7.94 m del eje de rotación. Ahora, al dar una vuelta cada 34.0 s, la maleta está a punto de deslizarse. Calcule el coeficiente de fricción estática entre la maleta y el carrusel.

42. En una secadora de ropa doméstica, una tina cilíndrica que contiene ropa húmeda gira de manera estable en torno a un eje horizontal, como se muestra en la figura P6.42. De tal modo

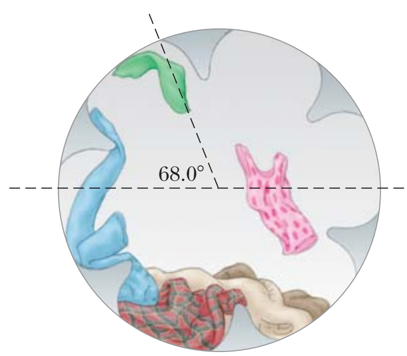


Figura P6.42

que las prendas se sequen uniformemente, se hacen rodar. La relación de rotación de la tina con paredes uniformes se elige de modo que una pequeña pieza de ropa perderá contacto con la tina cuando la ropa esté a un ángulo de 68.0° sobre la horizontal. Si el radio de la tina es 0.330 m, ¿qué cantidad de revolución se necesita?

43. En el capítulo 40 se estudiará el trabajo más importante del ganador del Nobel, Arthur Compton. Perturbado por los veloces automóviles afuera del edificio de física en la Universidad de Washington en St. Louis, Compton diseñó un tope y lo instaló. Suponga que un automóvil de 1 800 kg pasa sobre un tope en una autopista que sigue el arco de un círculo de 20.4 m de radio, como se muestra en la figura P6.43. a) ¿Qué fuerza ejerce el camino sobre el automóvil conforme éste pasa el punto más alto del tope, si viaja a 30.0 km/h? b) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuál es la máxima rapidez que puede tener el automóvil mientras pasa el punto más alto sin perder contacto con el camino?

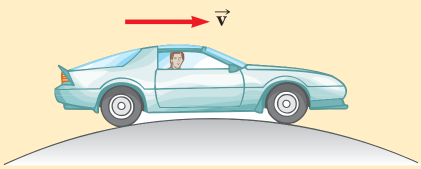


Figura P6.43 Problemas 43 y 44.

44. Un automóvil de masa m pasa sobre un tope en un camino que sigue el arco de un círculo de radio R, como se muestra en la figura P6.43. a) ¿Qué fuerza ejerce el camino sobre el automóvil mientras éste pasa el punto más alto del tope si viaja a una rapidez v? b) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuál es la máxima rapidez que puede tener el automóvil mientras pasa el punto más alto sin perder contacto con el camino?

45. Interprete la gráfica de la figura 6.16b). Proceda del modo siguiente. a) Encuentre la pendiente de la línea recta, incluidas sus unidades. b) De la ecuación 6.6, $R = \frac{1}{2}D\rho A v^2$, identifique la pendiente teórica de una gráfica de fuerza resistiva en función de rapidez al cuadrado. c) Iguale las pendientes experimental y teórica y proceda a calcular el coeficiente de arrastre de los filtros. Use el valor para la densidad del aire que se menciona al final del libro. Modele el área de sección transversal de los filtros como el de un círculo de 10.5 cm de radio. d) Elija arbitrariamente los ocho puntos de información sobre la gráfica y encuentre su separación vertical de la línea de mejor ajuste. Exprese esta dispersión como un porcentaje. e) En un párrafo breve, establezca lo que demuestra la gráfica y compare lo que demuestra con la predicción teórica. Necesitará hacer referencia a las cantidades graficadas en los ejes, a la forma de la línea de la gráfica, a los puntos de información y a los resultados de los incisos c) y d).

46. ● Una vasija que rodea un drenaje tiene la forma de un cono circular que se abre hacia arriba, y en todas partes tiene un ángulo de 35.0° con la horizontal. Un cubo de hielo de 25.0 g se hace deslizar alrededor del cono sin fricción en un círculo horizontal de radio R. a) Encuentre la rapidez que debe tener el cubo de hielo como dependiente de R. b) ¿Es innecesaria alguna parte de la información para la solución? Suponga que R se hace dos veces más grande. c) ¿La rapidez requerida aumenta, disminuye o permanece constante? Si cambia, ¿en qué factor? d) ¿El tiempo requerido para cada revolución aumenta, disminuye o permanece constante? Si cambia, en qué factor? e) ¿Las respuestas a los incisos c) y d) parecen contradictorias? Explique cómo son consistentes.

47. Suponga que el vagón de la figura 6.12 es móvil con aceleración constante a hacia arriba de una colina que forma un ángulo ϕ con la horizontal. Si el péndulo forma un ángulo constante θ con la perpendicular al techo, ¿cuál es a?

48. El piloto de un avión ejecuta una maniobra de rizo con rapidez constante en un círculo vertical. La rapidez del avión es 300 mi/h; el radio del círculo es 1 200 pies. a) ¿Cuál es el peso aparente del piloto en el punto más bajo si su peso verdadero es 160 lb? b) ¿Cuál es su peso aparente en el punto más alto? c) **¿Qué pasaría si?** Describa cómo experimentaría el piloto la sensación de ausencia de peso si puede variar el radio y la rapidez. *Nota:* Su peso aparente es igual a la magnitud de la fuerza que ejerce el asiento sobre su cuerpo.

49. Ya que la Tierra gira en torno a su eje, un punto sobre el ecuador experimenta una aceleración centrípeta de 0.033 7 m/s^2, mientras que un punto en los polos no experimenta aceleración centrípeta. a) Muestre que, en el ecuador, la fuerza gravitacional sobre un objeto debe superar la fuerza normal que se requiere para sostener el objeto. Esto es, demuestre que el peso verdadero del objeto supera su peso aparente. b) ¿Cuál es el peso aparente en el ecuador y en los polos de una persona que tiene una masa de 75.0 kg? Suponga que la Tierra es una esfera uniforme y considere $g = 9.800\ m/s^2$.

50. ● Un disco de aire de masa m_1 se une a una cuerda y se le permite girar en un círculo de radio R sobre una mesa sin fricción. El otro extremo de la cuerda pasa a través de un pequeño orificio en el centro de la mesa, y una carga de masa m_2 se une a la cuerda (figura P6.50). La carga suspendida permanece en equilibrio mientras que el disco en la tabla da vueltas. ¿Cuáles son a) la tensión en la cuerda, b) la fuerza radial que actúa sobre el disco y c) la rapidez del disco? d) Describa cualitativamente qué ocurrirá en el movimiento del disco si el valor de m_2 aumenta un poco al colocar una carga adicional sobre él. e) Describa cualitativamente qué ocurrirá en el movimiento del disco si el valor de m_2 disminuye al remover una parte de la carga suspendida.

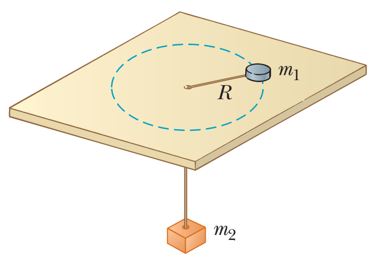


Figura P6.50

51. ● Mientras aprende a conducir, usted está en un automóvil de 1 200 kg que se mueve a 20.0 m/s a través de un gran estacionamiento vacío y a nivel. Súbitamente se da cuenta de que se dirige justo hacia una pared de ladrillos de un gran supermercado y está en peligro de chocar con ella. El pavimento puede ejercer una fuerza horizontal máxima de 7 000 N sobre el automóvil. a) Explique por qué debe esperar que la fuerza tenga un valor máximo bien definido. b) Suponga que pisa los frenos y no gira el volante. Encuentre la distancia mínima a la que debe estar de la pared para evitar un choque. c) Si no frena y en vez de ello mantiene rapidez constante y gira el volante, ¿cuál es la distancia mínima a la que debe estar de la pared para evitar un choque? d) ¿Cuál método, b) o c), es mejor para evitar una colisión? O, ¿debe usar tanto frenos

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▢ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

como volante, o ninguno? Explique. e) ¿La conclusión del inciso d) depende de los valores numéricos que se proporcionan en este problema, o es verdad en general? Explique.

52. Suponga que una rueda de la fortuna gira cuatro veces cada minuto. Lleva a cada carro alrededor de un círculo de 18.0 m de diámetro. a) ¿Cuál es la aceleración centrípeta de un pasajero? ¿Qué fuerza ejerce el asiento sobre un pasajero de 40.0 kg? b) en el punto más bajo del viaje y c) en el punto más alto del viaje? d) ¿Qué fuerza (magnitud y dirección) ejerce el asiento sobre un pasajero cuando está a la mitad entre las partes superior e inferior?

53. Un juego en un parque de diversiones consiste en una plataforma circular giratoria de 8.00 m de diámetro de donde asientos de 10.0 kg están suspendidos en el extremo de las cadenas sin masa de 2.50 m (figura P6.53). Cuando el sistema gira, las cadenas forman un ángulo $\theta = 28.0°$ con la vertical. a) ¿Cuál es la rapidez de cada asiento? b) Dibuje un diagrama de cuerpo libre de un niño de 40.0 kg que viaja en un asiento y encuentre la tensión en la cadena.

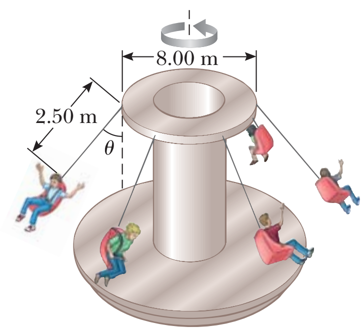


Figura P6.53

54. Una porción de masilla inicialmente se ubica en el punto A en el borde de una rueda de molino que gira en torno a un eje horizontal. La masilla se desplaza del punto A cuando el diámetro a través de A es horizontal. Luego se eleva verticalmente y regresa a A en el instante en que la rueda completa una revolución. a) Encuentre la rapidez de un punto sobre el borde de la rueda en términos de la aceleración debida a la gravedad y el radio R de la rueda. b) Si la cantidad de masilla es m, ¿cuál es la magnitud de la fuerza que la mantiene en la rueda?

55. ● Un juego en un parque de diversiones consiste en un gran cilindro vertical que gira en torno a su eje lo suficientemente rápido para que cualquier persona en su interior se mantenga contra la pared cuando el suelo se aleja (figura P6.55). El coeficiente de fricción estática entre la persona y la pared es μ_s y el radio del cilindro es R. a) Demuestre que el periodo de revolución máximo necesario para evitar que la persona caiga es $T = (4\pi^2 R\mu_s/g)^{1/2}$. b) Obtenga un valor numérico para T, considere $R = 4.00$ m y $\mu_s = 0.400$. ¿Cuántas revoluciones por minuto realiza el cilindro? c) Si la relación de revolución del cilindro se hace un poco mayor, ¿qué ocurre con la magnitud de cada una de las fuerzas que actúan sobre la persona? ¿Qué ocurre en el movimiento de la persona? d) Si en vez de ello la relación de revolución del cilindro se hace un poco más pequeña, ¿qué ocurre con la magnitud de cada una de las fuerzas que actúan sobre la persona? ¿Qué ocurre en el movimiento de la persona?

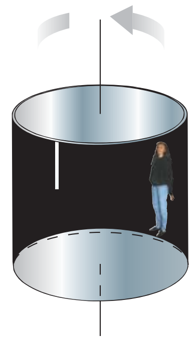


Figura P6.55

56. *Un ejemplo del efecto Coriolis.* Suponga que la resistencia del aire es despreciable para una bola de golf. Un golfista saca desde una posición precisamente a $\phi_i = 35.0°$ latitud norte. Golpea la bola hacia el sur, con un alcance de 285 m. La velocidad inicial de la bola está a 48.0° sobre la horizontal. a) ¿Cuánto tiempo la bola está en vuelo? El hoyo está hacia el sur de la posición del golfista, y haría un hoyo en uno si la Tierra no gira. La rotación de la Tierra hace que el tee se mueva en un círculo de radio $R_E \cos \phi_i = (6.37 \times 10^6 \text{ m}) \cos 35.0°$, como se muestra en la figura P6.56. El tee completa una revolución cada día. b) Encuentre la rapidez hacia el este del tee, en relación con las estrellas. El hoyo también se mueve al este, pero está 285 m más al sur y por tanto a una latitud ligeramente menor ϕ_f. Dado que el hoyo se mueve en un círculo ligeramente más grande, su rapidez debe ser mayor que la del tee. c) ¿Por cuánto la rapidez del hoyo supera la del tee? Durante el intervalo de tiempo en que la bola está en vuelo, se mueve arriba y abajo así como al sur con el movimiento de proyectil que estudió en el capítulo 4, pero también se mueve al este con la rapidez que encontró en el inciso b). Sin embargo, el hoyo se mueve al este a una rapidez mayor, y jala la bola con la rapidez relativa que encontró en el inciso c). d) ¿A qué distancia hacia el oeste del hoyo aterriza la bola?

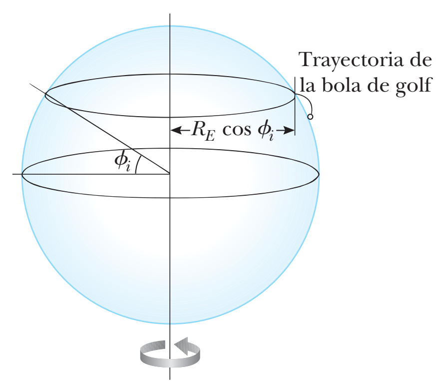


Figura P6.56

57. Un automóvil recorre una curva peraltada como se muestra en la figura 6.5. El radio de curvatura del camino es R, el ángulo de peralte es θ y el coeficiente de fricción estática es μ_s. a) Determine el intervalo de rapidez que puede tener el automóvil sin deslizarse arriba o abajo del peralte. b) Encuentre el valor mínimo para μ_s tal que la rapidez mínima sea cero. c) ¿Cuál es el intervalo de rapidez posible si $R = 100$ m, $\theta = 10.0°$ y $\mu_s = 0.100$ (condiciones de deslizamiento)?

58. ● Una sola cuenta puede deslizarse con fricción despreciable sobre un alambre rígido que se dobló en una espira circular de 15.0 cm de radio, como se muestra en la figura P6.58. El círculo siempre está en un plano vertical y gira de manera estable en torno a su diámetro vertical con a) un periodo de 0.450 s. La posición de la cuenta se describe mediante el ángulo θ que la línea radial, desde el centro de la espira a la cuenta, forma con la vertical. ¿A qué ángulo arriba del fondo del círculo puede permanecer la cuenta sin movimiento en relación con el círculo que gira? b) **¿Qué pasaría si?** Repita el problema y considere que el periodo de rotación del círculo es 0.850 s. c) Describa cómo la solución al inciso b) es fundamentalmente diferente de la solución al inciso a). Para cualquier periodo o tamaño de espira, ¿siempre hay un ángulo al que la cuenta puede permanecer quieta en relación con la espira? ¿Alguna vez hay más de dos ángulos? Arnold Arons sugirió la idea para este problema.

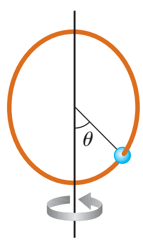


Figura P6.58

59. La expresión $F = arv + br^2v^2$ da la magnitud de la fuerza resistiva (en newtons) que se ejerce sobre una esfera de radio r (en metros) por una corriente de aire que se mueve con rapidez v (en metros por segundo), donde a y b son constantes con unidades del SI apropiadas. Sus valores numéricos son $a = 3.10 \times 10^{-4}$ y $b = 0.870$. Con esta expresión encuentre la rapidez terminal para gotas de agua que caen bajo su propio peso en aire y considere los siguientes valores para los radios de gotas: a) 10.0 μm, b) 100 μm, c) 1.00 mm. Para a) y c), puede obtener respuestas precisas sin resolver una ecuación cuadrática al considerar cuál de las dos contribuciones a la resistencia del aire es dominante e ignorar la contribución menor.

60. A los integrantes de un club de paracaidismo se les dieron los siguientes datos para usar en la planeación de sus saltos. En la tabla, d es la distancia que cae desde el reposo un paracaidista en una "posición extendida estable en caída libre" en función del tiempo de caída t. a) Convierta las distancias en pies a metros. b) Grafique d (en metros) en función de t. c) Determine el valor de la rapidez terminal v_T al encontrar la pendiente de la porción recta de la curva. Aplique un ajuste de mínimos cuadrados para determinar esta pendiente.

t (s)	d (ft)	t (s)	d (ft)	t (s)	d (ft)
0	0	7	652	14	1 831
1	16	8	808	15	2 005
2	62	9	971	16	2 179
3	138	10	1 138	17	2 353
4	242	11	1 309	18	2 527
5	366	12	1 483	19	2 701
6	504	13	1 657	20	2 875

61. Un aeroplano a escala de 0.750 kg de masa vuela con una rapidez de 35.0 m/s en un círculo horizontal en el extremo de un alambre de control de 60.0 m. Calcule la tensión en el alambre, si supone que forma un ángulo constante de 20.0° con la horizontal. Las fuerzas que se ejercen sobre el aeroplano son el jalón del alambre de control, la fuerza gravitacional y la sustentación aerodinámica que actúa a 20.0° hacia adentro desde la vertical, como se muestra en la figura P6.61.

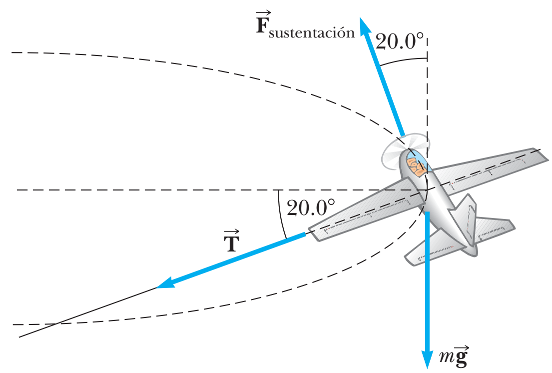


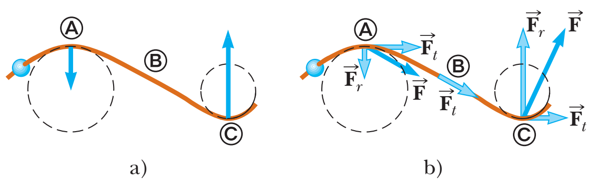
Figura P6.61

62. ● Galileo pensó acerca de si la aceleración debía definirse como la relación de cambio de la velocidad en el tiempo o como la relación de cambio en velocidad en la distancia. Él eligió la anterior, así que use el nombre "vroomosidad" para la relación de cambio de la velocidad en el espacio. Para el movimiento de una partícula en una línea recta con aceleración constante, la ecuación $v = v_i + at$ da su velocidad v como función del tiempo. De igual modo, para el movimiento lineal de una partícula con vroomosidad constante k, la ecuación $v = v_i + kx$ da la velocidad como función de la posición x si la rapidez de la partícula es v_i en $x = 0$. a) Encuentre la ley que describe la fuerza total que actúa sobre este objeto, de masa m. Describa un ejemplo de tal movimiento o explique por qué tal movimiento es irreal. Considere b) la posibilidad de k positiva y también c) la posibilidad de k negativa.

Respuestas a las preguntas rápidas

6.1. **i)**, a). La fuerza normal siempre es perpendicular a la superficie que aplica la fuerza. Ya que su automóvil mantiene su orientación en todos los puntos en el viaje, la fuerza normal siempre es hacia arriba. **ii)**, b) Su aceleración centrípeta es hacia abajo, hacia el centro del círculo, de modo que la fuerza neta sobre usted debe ser hacia abajo.

6.2. a). Ya que la rapidez es constante, la única dirección que puede tener la fuerza es de aceleración centrípeta. La fuerza es mayor en Ⓒ que en Ⓐ porque el radio en Ⓒ es más pequeño. No hay fuerza en Ⓑ porque el alambre está recto. b) Además de las fuerzas en la dirección centrípeta en a), ahora hay fuerzas tangenciales para proporcionar la aceleración tangencial. La fuerza tangencial es la misma en los tres puntos porque la aceleración tangencial es constante.



PR6.2

6.3. c). Las únicas fuerzas que actúan sobre el pasajero son la fuerza de contacto con la puerta y la fuerza de fricción del asiento. Ambas son fuerzas reales y ambas actúan hacia la izquierda en la figura 6.10. En un diagrama de fuerza nunca se dibujan las fuerzas de fricción.

6.4. a). El balón de basquetbol, que tiene un área de sección transversal más grande, tendrá una fuerza mayor, debido a la resistencia del aire, que la pelota de beisbol, lo que resultará en una aceleración hacia abajo más pequeña.

En una granja de viento, el aire en movimiento realiza trabajo sobre las aspas de los molinos, lo que hace girar las aspas y el rotor de un generador eléctrico. La energía se transfiere afuera del sistema del molino de viento mediante electricidad. (Billy Hustace/Getty Images)

7 Energía de un sistema

Las definiciones de cantidades como posición, velocidad, aceleración y fuerza junto a principios como la segunda ley de Newton han permitido encontrar muchas soluciones. Sin embargo algunos problemas, que podrían resolverse teóricamente con las leyes de Newton, son muy difíciles en la práctica, pero es posible simplificarlos con un planteamiento diferente. Aquí, y en los capítulos siguientes, se investigará este nuevo planteamiento que incluirá definiciones de cantidades que tal vez no le sean familiares. Otras cantidades pueden sonar familiares, pero adquieren significados más específicos en física que en la vida cotidiana. El análisis comienza al explorar la noción de *energía*.

El concepto de energía es uno de los temas más importantes en ciencia e ingeniería. En la vida cotidiana se piensa en la energía en términos de combustible para transporte y calentamiento, electricidad para luz y electrodomésticos, y alimentos para el consumo. No obstante, estas ideas no definen la energía; sólo dejan ver que los combustibles son necesarios para realizar un trabajo y que dichos combustibles proporcionan algo que se llama energía.

La energía está presente en el Universo en varias formas. *Todo* proceso físico que ocurra en el Universo involucra energía y transferencias o transformaciones de energía. Por desgracia, a pesar de su extrema importancia, la energía no es fácil de definir. Las variables en los capítulos previos fueron relativamente concretas; se tiene experiencia cotidiana con velocidades y fuerzas, por ejemplo. Aunque se tengan *experiencias* con la energía, como cuando se acaba la gasolina o con la pérdida del servicio eléctrico después de una tormenta violenta, la *noción* de energía es más abstracta.

El concepto de energía se aplica a sistemas mecánicos sin recurrir a las leyes de Newton. Además, en capítulos posteriores del libro la aproximación de energía permite comprender fenómenos térmicos y eléctricos, para los que las leyes de Newton no son útiles.

Las técnicas para resolución de problemas que se presentaron en capítulos anteriores respecto al movimiento de una partícula o un objeto que podría representarse como una partícula. Dichas técnicas aplican el *modelo de partícula*. El nuevo planteamiento comienza al dirigir la atención sobre un *sistema* y desarrollar técnicas para aplicar en un *modelo de sistema*.

7.1 Sistemas y entornos

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.1
Identifique el sistema

La primera etapa más importante a considerar en la solución de un problema aplicando el planteamiento de energía es identificar el sistema de interés adecuado.

En el modelo de sistema la atención se dirige a una porción pequeña del Universo, el **sistema**, y se ignoran detalles del resto del Universo afuera del sistema. Una habilidad vital para aplicar el modelo de sistema a problemas es la *identificación del sistema*. Un sistema válido

- puede ser un objeto simple o partícula
- puede ser una colección de objetos o partículas
- puede ser una región de espacio (como el interior del cilindro de combustión de un motor de automóvil)
- puede variar en tamaño y forma (como una bola de goma, que se deforma al golpear una pared)

Identificar la necesidad de un enfoque de sistema para resolver un problema (en oposición al enfoque de partícula) es parte del paso Categorizar en la "Estrategia general para resolver problemas" que se destacó en el capítulo 2. Identificar el sistema particular es una segunda parte de esta etapa.

No importa cuál sea el sistema particular en un problema dado, se identifica una **frontera de sistema**, una superficie imaginaria (que no necesariamente coincide con una superficie física) que divide al Universo del sistema y el **entorno** que lo rodea.

Como ejemplo, examine una fuerza aplicada a un objeto en el espacio vacío. Se puede definir el objeto como el sistema y su superficie como la frontera del sistema. La fuerza aplicada a él es una influencia sobre el sistema desde el entorno que actúa a través de la frontera del sistema. Se verá cómo analizar esta situación desde un enfoque de sistema en una sección posterior de este capítulo.

Otro ejemplo se vio en el ejemplo 5.10, donde el sistema se define como la combinación de la bola, el bloque y la cuerda. La influencia del entorno incluye las fuerzas gravitacionales sobre la bola y el bloque, las fuerzas normal y de fricción sobre el bloque, y la fuerza ejercida por la polea sobre la cuerda. Las fuerzas que ejerce la cuerda sobre la bola y el bloque son internas al sistema y debido a eso no se incluyen como una influencia del entorno.

Existen algunos mecanismos mediante los cuales un sistema recibe influencia de su entorno. El primero que se investigará es el *trabajo*.

7.2 Trabajo invertido por una fuerza constante

Casi todos los términos utilizados hasta el momento (velocidad, aceleración, fuerza, etcétera) tienen un significado similar en física como en la vida diaria. Sin embargo, ahora se encuentra un término cuyo significado en física es particularmente diferente de su significado cotidiano: *trabajo*.

Charles D. Winters

a) b) c)

Figura 7.1 Un borrador se empuja a lo largo de un riel del pizarrón mediante una fuerza que actúa a diferentes ángulos respecto de la dirección horizontal.

Para comprender qué significa trabajo en física, considere la situación que se ilustra en la figura 7.1. Se aplica una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ a un borrador, qué se identifica como el sistema, y el borrador se desliza a lo largo del riel. Si quiere saber qué tan efectiva es la fuerza para mover el borrador, debe considerar no sólo la magnitud de la fuerza sino también su dirección. Si supone que la magnitud de la fuerza aplicada es la misma en las tres fotografías, el empujón que se aplica en la figura 7.1b hace más para mover el borrador que el empujón de la figura 7.1a. Por otra parte, la figura 7.1c muestra una situación en que la fuerza aplicada no mueve el borrador en absoluto, sin importar cuán fuerte se empuje (a menos, desde luego, ¡que se aplique una fuerza tan grande que rompa el riel!). Estos resultados sugieren que, cuando se analizan fuerzas para determinar el trabajo que realizan, se debe considerar la naturaleza vectorial de las fuerzas. También se debe conocer el desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ del borrador mientras se mueve a lo largo del riel si se quiere determinar el trabajo invertido sobre él por la fuerza. Mover el borrador 3 m a lo largo del riel requiere más trabajo que moverlo 2 cm.

Examine la situación de la figura 7.2, donde el objeto (el sistema) experimenta un desplazamiento a lo largo de una línea recta mientras sobre él actúa una fuerza constante de magnitud F que forma un ángulo θ con la dirección del desplazamiento.

El **trabajo** W invertido sobre un sistema por un agente que ejerce una fuerza constante sobre el sistema es el producto de la magnitud F de la fuerza, la magnitud Δr del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza y cos θ, donde θ es el ángulo entre los vectores fuerza y desplazamiento:

$$W \equiv F\,\Delta r\cos\theta \tag{7.1}$$

◀ Trabajo invertido por una fuerza constante

Note en la ecuación 7.1 que el trabajo es un escalar, aun cuando se defina en términos de dos vectores, una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ y un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. En la sección 7.3 se explora cómo combinar dos vectores para generar una cantidad escalar.

Como ejemplo de la distinción entre la definición de trabajo y la comprensión cotidiana de la palabra, considere sostener una pesada silla con los brazos extendidos durante 3 minutos. Al final de este intervalo de tiempo, sus cansados brazos pueden hacerle creer que realizó una cantidad considerable de trabajo sobre la silla. Sin embargo, de acuerdo con la definición, sobre ella no ha realizado ningún trabajo. Usted ejerce una fuerza para sostener la silla, pero no la mueve. Una fuerza no realiza trabajo sobre un objeto si la fuerza no se mueve a través de un desplazamiento. Si $\Delta r = 0$, la ecuación 7.1 da $W = 0$, que es la situación que se muestra en la figura 7.1c.

Advierta también de la ecuación 7.1 que el trabajo invertido por una fuerza sobre un objeto en movimiento es cero cuando la fuerza aplicada es perpendicular al desplazamiento de su punto de aplicación. Esto es, si $\theta = 90°$, por lo tanto $W = 0$ porque $\cos 90° = 0$. Por ejemplo, en la figura 7.3, el trabajo invertido por la fuerza normal sobre el objeto y el trabajo invertido por la fuerza gravitacional sobre el objeto son ambos cero porque ambas

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.2

¿Qué se desplaza?

El desplazamiento en la ecuación 7.1 es el *del punto de aplicación de la fuerza*. Si la fuerza se aplica a una partícula o un sistema no deformable, este desplazamiento es el mismo que el desplazamiento de la partícula o sistema. Sin embargo, para sistemas deformables, estos dos desplazamientos con frecuencia no son los mismos.

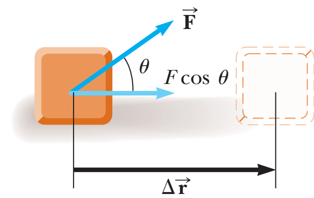


Figura 7.2 Si un objeto se somete a un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ bajo la acción de una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$, el trabajo invertido por la fuerza es $F\,\Delta r\cos\theta$.

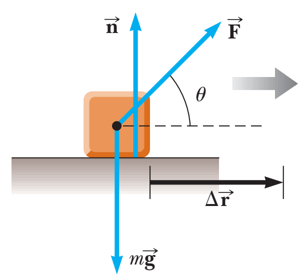


Figura 7.3 Un objeto se desplaza sobre una superficie horizontal sin fricción. La fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$ no trabajan sobre el objeto. En la situación que se muestra aquí, $\vec{\mathbf{F}}$ es la única fuerza que realiza trabajo sobre el objeto.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.3
Trabajo realizado por… sobre…

No sólo debe identificar el sistema, también debe saber qué agente en el entorno realiza trabajo sobre el sistema. Cuando se analice el trabajo, siempre use la frase "el trabajo realizado por… sobre…". Después de "por", inserte la parte del entorno que interactúa directamente con el sistema. Después de "sobre", inserte el sistema. Por ejemplo, "el trabajo realizado por el martillo sobre el clavo" identifica al clavo como el sistema y la fuerza del martillo representa la interacción con el entorno.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.4
Causa del desplazamiento

Es posible calcular el trabajo realizado por una fuerza sobre un objeto, pero dicha fuerza *no* necesariamente es la causa del desplazamiento del objeto. Por ejemplo, si levanta un objeto, la fuerza gravitacional realiza trabajo sobre el objeto, ¡aunque la gravedad no es la causa de que el objeto se mueva hacia arriba!

fuerzas son perpendiculares al desplazamiento y tienen componentes cero a lo largo de un eje en la dirección de $\Delta\vec{\mathbf{r}}$.

El signo del trabajo también depende de la dirección de $\vec{\mathbf{F}}$ en relación con $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. El trabajo invertido por la fuerza aplicada sobre un sistema es positivo cuando la proyección de $\vec{\mathbf{F}}$ sobre $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ está en la misma dirección que el desplazamiento. Por ejemplo, cuando un objeto se levanta, el trabajo invertido por la fuerza aplicada sobre el objeto es positivo, porque la dirección de dicha fuerza es hacia arriba, en la misma dirección que el desplazamiento de su punto de aplicación. Cuando la proyección de $\vec{\mathbf{F}}$ sobre $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ está en la dirección opuesta al desplazamiento, W es negativo. Por ejemplo, conforme se levanta un objeto, el trabajo invertido por la fuerza gravitacional sobre el objeto es negativo. El factor cos θ en la definición de W (ecuación 7.1) automáticamente toma en cuenta el signo.

Si una fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ está en la misma dirección que el desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$, por lo tanto $\theta = 0$ y $\cos 0 = 1$. En este caso, la ecuación 7.1 produce

$$W = F\,\Delta r$$

Las unidades de trabajo son las de fuerza multiplicada por longitud. En consecuencia, la unidad del SI de trabajo es el **newton·metro** ($\mathrm{N \cdot m = kg \cdot m^2/s^2}$). Esta combinación de unidades se usa con tanta frecuencia que se le ha dado un nombre propio, **joule** (J).

Una consideración importante para un enfoque de sistema a los problemas es que **el trabajo es una transferencia de energía**. Si W es el trabajo realizado sobre un sistema y W es positivo, la energía se transfiere *al* sistema; si W es negativo, la energía se transfiere *desde* el sistema. Por lo tanto, si un sistema interactúa con su entorno, esta interacción se describe como una transferencia de energía a través de las fronteras del sistema. El resultado es un cambio en la energía almacenada en el sistema. En la sección 7.5 se aprenderá acerca del primer tipo de almacenamiento de energía, después de investigar más aspectos del trabajo.

Pregunta rápida 7.1 La fuerza gravitacional que ejerce el Sol sobre la Tierra mantiene a ésta en una órbita alrededor de aquél. Suponga que la órbita es perfectamente circular. El trabajo realizado por esta fuerza gravitacional durante un intervalo de tiempo breve, en el que la Tierra se mueve a través de un desplazamiento en su trayectoria orbital, es a) cero, b) positivo, c) negativo, d) imposible de determinar.

Pregunta rápida 7.2 La figura 7.4 muestra cuatro situaciones en las que una fuerza se aplica a un objeto. En los cuatro casos, la fuerza tiene la misma magnitud y el desplazamiento del objeto es hacia la derecha y de la misma magnitud. Clasifique las situaciones en orden del trabajo invertido por la fuerza sobre el objeto, del más positivo al más negativo.

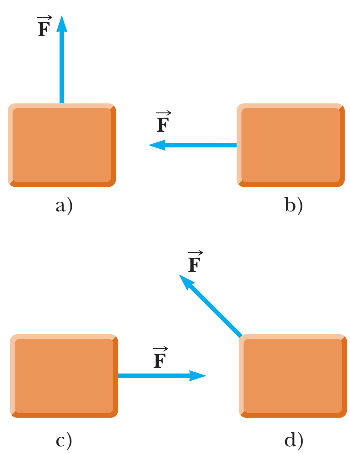


Figura 7.4 (Pregunta rápida 7.2) Se jala un bloque mediante una fuerza en cuatro direcciones diferentes. En cada caso, el desplazamiento del bloque es hacia la derecha y de la misma magnitud.

EJEMPLO 7.1 **Sr. Limpio**

Un hombre que limpia un piso jala una aspiradora con una fuerza de magnitud $F = 50.0$ N en un ángulo de 30.0° con la horizontal (figura 7.5). Calcule el trabajo consumido por la fuerza sobre la aspiradora a medida que ésta se desplaza 3.00 m hacia la derecha.

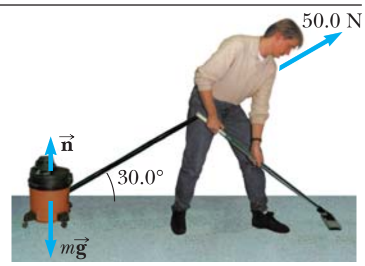


Figura 7.5 (Ejemplo 7.1) Una aspiradora se jala con un ángulo de 30.0° de la horizontal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 7.5 ayuda a formar ideas de la situación. Piense en una experiencia de su vida en la que jaló un objeto a través del piso con una soga o cuerda.

Categorizar Se aplica una fuerza sobre un objeto, un desplazamiento del objeto y el ángulo entre los dos vectores, de modo que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución. La aspiradora se identifica como el sistema.

Aplique la definición de trabajo (ecuación 7.1):

$$W = F\,\Delta r \cos\theta = (50.0 \text{ N})(3.00 \text{ m})(\cos 30.0°)$$
$$= \boxed{130 \text{ J}}$$

Observe en esta situación que la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ no realizan trabajo sobre la aspiradora porque estas fuerzas son perpendiculares a su desplazamiento.

7.3 Producto escalar de dos vectores

Debido a la manera en que los vectores fuerza y desplazamiento se combinan en la ecuación 7.1, es útil aplicar una herramienta matemática conveniente denominada **producto escalar** de dos vectores. Este producto escalar de los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se escribe como $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ (Debido al símbolo punto, con frecuencia al producto escalar se le llama **producto punto**.)

El producto escalar de dos vectores cualesquiera $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes de los dos vectores y el coseno del ángulo θ entre ellos:

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} \equiv AB\cos\theta \tag{7.2}$$

◀ Producto escalar de dos vectores cualesquiera $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$

Como es el caso con cualquier multiplicación, $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ no necesitan tener las mismas unidades.

Al comparar esta definición con la ecuación 7.1, esta ecuación se expresa como un producto escalar:

$$W = F\,\Delta r\cos\theta = \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} \tag{7.3}$$

En otras palabras, $\vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}}$ es una notación abreviada de $F\,\Delta r\cos\theta$.

Antes de continuar con el análisis del trabajo, se investigan algunas propiedades del producto punto. La figura 7.6 muestra dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ y el ángulo θ entre ellos, que se aplica en la definición del producto punto. En la figura 7.6, $B\cos\theta$ es la proyección de $\vec{\mathbf{B}}$ sobre $\vec{\mathbf{A}}$. Debido a eso, la ecuación 7.2 significa que $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ es el producto de la magnitud de $\vec{\mathbf{A}}$ y la proyección de $\vec{\mathbf{B}}$ sobre $\vec{\mathbf{A}}$.[1]

Del lado derecho de la ecuación 7.2, también se ve que el producto escalar es **conmutativo**.[2] Esto es,

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{A}}$$

Por último, el producto escalar obedece la **ley distributiva de la multiplicación**, de este modo

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{C}}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.5

El trabajo es un escalar

Aunque la ecuación 7.3 define el trabajo en términos de dos vectores, *el trabajo es un escalar*; no hay dirección asociada con él. *Todas* las clases de energía y de transferencia de energía son escalares. Este hecho es una gran ventaja de la aproximación de energía, ¡porque no se necesitan cálculos vectoriales!

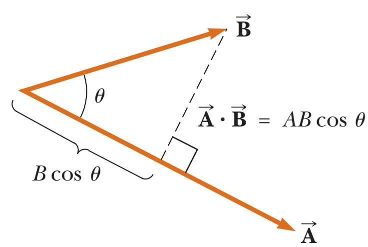


Figura 7.6 El producto escalar $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ es igual a la magnitud de $\vec{\mathbf{A}}$ multiplicada por $B\cos\theta$, que es la proyección de $\vec{\mathbf{B}}$ sobre $\vec{\mathbf{A}}$.

[1] Este enunciado es equivalente a afirmar que $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ es igual al producto de la magnitud de $\vec{\mathbf{B}}$ y la proyección de $\vec{\mathbf{A}}$ sobre $\vec{\mathbf{B}}$.

[2] En el capítulo 11 se verá otra forma de combinar vectores que resulta ser útil en física y no es conmutativa.

El producto punto es simple de evaluar a partir de la ecuación 7.2 cuando $\vec{\mathbf{A}}$ es perpendicular o paralelo a $\vec{\mathbf{B}}$. Si $\vec{\mathbf{A}}$ es perpendicular a $\vec{\mathbf{B}}$ ($\theta = 90°$), en tal caso $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$. (La igualdad $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$ también se cumple en el caso más trivial en el que $\vec{\mathbf{A}}$ o $\vec{\mathbf{B}}$ es cero.) Si el vector $\vec{\mathbf{A}}$ es paralelo al vector $\vec{\mathbf{B}}$ y los dos apuntan en la misma dirección ($\theta = 0$), por lo tanto $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB$. Si el vector $\vec{\mathbf{A}}$ es paralelo al vector $\vec{\mathbf{B}}$ pero los dos apuntan en direcciones opuestas ($\theta = 180°$), en consecuencia $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = -AB$. El producto escalar es negativo cuando $90° < \theta \leq 180°$.

Los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ y $\hat{\mathbf{k}}$, que se definieron en el capítulo 3, se encuentran en las direcciones x, y y z positivas, respectivamente, de un sistema coordenado de mano derecha. Por lo tanto, se sigue de la definición de $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ que los productos escalares de estos vectores unitarios son

Productos punto de vectores unitarios ▶

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 1 \tag{7.4}$$

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0 \tag{7.5}$$

Las ecuaciones 3.18 y 3.19 establecen que dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se expresan en forma de vector unitario como

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$$

Con la información que se proporciona en las ecuaciones 7.4 y 7.5 se muestra que el producto escalar de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se reduce a

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \tag{7.6}$$

(Los detalles de la deducción se le dejan en el problema 5 al final del capítulo.) En el caso especial en el que $\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{B}}$, se ve que

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{A}} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2$$

Pregunta rápida 7.3 ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero respecto a la correspondencia entre el producto punto de dos vectores y el producto de las magnitudes de los vectores? a) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ es mayor que AB. b) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ es menor que AB. c) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ podría ser mayor o menor que AB, dependiendo del ángulo entre los vectores. d) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ podría ser igual a AB.

EJEMPLO 7.2 El producto escalar

Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se conocen por $\vec{\mathbf{A}} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$.

A) Determine el producto escalar $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar No hay sistema físico a imaginar aquí. En vez de ello, es un ejercicio matemático que involucra dos vectores.

Categorizar Puesto que se tiene una definición para el producto escalar, este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Sustituya las expresiones vectoriales específicas para $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$:

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} &= (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}) \cdot (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}) \\ &= -2\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{i}} \cdot 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} \cdot 2\hat{\mathbf{j}} \\ &= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1) = -2 + 6 = \boxed{4}\end{aligned}$$

Se obtiene el mismo resultado cuando se aplica directamente la ecuación 7.6, donde $A_x = 2$, $A_y = 3$, $B_x = -1$ y $B_y = 2$.

B) Encuentre el ángulo θ entre $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$.

SOLUCIÓN

Evalúe las magnitudes de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ con el teorema de Pitágoras:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

Aplique la ecuación 7.2 y el resultado del inciso (A) para encontrar el ángulo:

$$\cos\theta = \frac{\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{\sqrt{65}} = \boxed{60.3°}$$

EJEMPLO 7.3 **Trabajo consumido por una fuerza constante**

Una partícula móvil en el plano xy se somete a un desplazamiento conocido por $\Delta\vec{\mathbf{r}} = (2.0\hat{\mathbf{i}} + 3.0\hat{\mathbf{j}})$ m cuando una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}} = (5.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}})$ N actúa sobre la partícula.

A) Calcule las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento de la partícula.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Aunque este ejemplo es un poco más físico que el anterior, en cuanto que identifica una fuerza y un desplazamiento, es similar en términos de su estructura matemática.

Categorizar Ya que se proporcionan dos vectores y se pide encontrar sus magnitudes, este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Aplique el teorema de Pitágoras para encontrar las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5.0)^2 + (2.0)^2} = \boxed{5.4\text{ N}}$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(2.0)^2 + (3.0)^2} = \boxed{3.6\text{ m}}$$

B) Calcule el trabajo consumido por $\vec{\mathbf{F}}$ en la partícula.

SOLUCIÓN

Sustituya las expresiones para $\vec{\mathbf{F}}$ y $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ en la ecuación 7.3 y aplique las ecuaciones 7.4 y 7.5:

$$W = \vec{\mathbf{F}}\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}} = [(5.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}})\text{ N}]\cdot[(2.0\hat{\mathbf{i}} + 3.0\hat{\mathbf{j}})\text{ m}]$$

$$= (5.0\hat{\mathbf{i}}\cdot 2.0\hat{\mathbf{i}} + 5.0\hat{\mathbf{i}}\cdot 3.0\hat{\mathbf{j}} + 2.0\hat{\mathbf{j}}\cdot 2.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}}\cdot 3.0\hat{\mathbf{j}})\text{ N}\cdot\text{m}$$

$$= [10 + 0 + 0 + 6]\text{ N}\cdot\text{m} = \boxed{16\text{ J}}$$

7.4 Trabajo consumido por una fuerza variable

Considere una partícula que se desplaza a lo largo del eje x bajo la acción de una fuerza que varía con la posición. La partícula se desplaza en la dirección de x creciente, desde $x = x_i$ a $x = x_f$. En tal situación, no se aplica $W = F\Delta r\cos\theta$ para calcular el trabajo consumido por la fuerza, porque esta correspondencia sólo se aplica cuando $\vec{\mathbf{F}}$ es constante en magnitud y dirección. Sin embargo, si piensa que la partícula se somete a un desplazamiento muy pequeño Δx, como se muestra en la figura 7.7a, la componente x de la fuerza, F_x, es aproximadamente constante en este intervalo pequeño; para este desplazamiento pequeño, se puede aproximar el trabajo invertido en la partícula mediante la fuerza como

$$W \approx F_x\,\Delta x$$

que es el área del rectángulo sombreado en la figura 7.7a. Si toma en cuenta F_x en función de la curva x dividida en un gran número de tales intervalos, el trabajo total consumido por

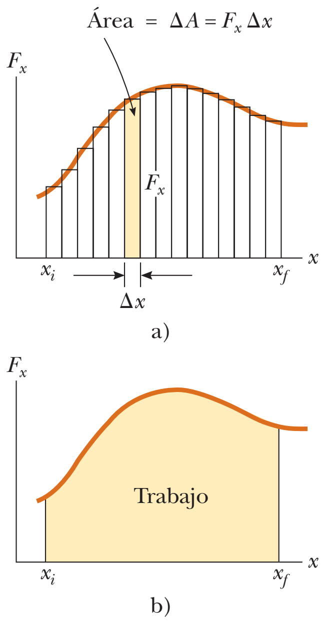


Figura 7.7 a) El trabajo consumido en una partícula por la componente de fuerza F_x para el desplazamiento pequeño Δx es $F_x \, \Delta x$, que es igual al área del rectángulo sombreado. El trabajo total consumido por el desplazamiento de x_i a x_f es aproximadamente igual a la suma de las áreas de todos los rectángulos. b) El trabajo invertido por la componente F_x de la fuerza variable cuando la partícula se traslada de x_i a x_f es *exactamente* igual al área bajo esta curva.

el desplazamiento desde x_i a x_f es aproximadamente igual a la suma de un gran número de tales términos:

$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \, \Delta x$$

Si se permite que el tamaño de los desplazamientos pequeños se aproxime a cero, el número de términos en la suma aumenta sin límite, pero el valor de la suma se aproxima a un valor definido que es igual al área limitada por la curva F_x y el eje x:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \, \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$$

En consecuencia, el trabajo invertido por F_x en la partícula conforme se traslada de x_i a x_f se puede expresar como

$$\boxed{W = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx} \qquad \textbf{(7.7)}$$

Esta ecuación se reduce a la ecuación 7.1 cuando la componente $F_x = F \cos \theta$ es constante.

Si más de una fuerza actúa sobre un sistema *y el sistema se puede modelar como una partícula*, el trabajo total consumido en el sistema es justo el trabajo invertido por la fuerza neta. Si la fuerza neta en la dirección x se expresa como $\sum F_x$, el trabajo total, o *trabajo neto*, consumido cuando la partícula se traslada de x_i a x_f es

$$\sum W = W_{\text{neto}} = \int_{x_i}^{x_f} \left(\sum F_x\right) dx$$

Para el caso general de una fuerza neta $\sum \vec{\mathbf{F}}$ cuya magnitud y dirección puede variar, se aplica el producto escalar,

$$\sum W = W_{\text{neto}} = \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}} \qquad \textbf{(7.8)}$$

donde la integral se calcula sobre la trayectoria que toma la partícula a través del espacio.

Si no es posible modelar el sistema como una partícula (por ejemplo, si el sistema consiste de múltiples partículas que se mueven unas respecto de otras), no se puede usar la ecuación 7.8, porque fuerzas diferentes sobre el sistema pueden moverse a través de diferentes desplazamientos. En este caso, se debe evaluar el trabajo invertido por cada fuerza por separado y después sumar algebraicamente los trabajos para encontrar el trabajo neto invertido en el sistema.

EJEMPLO 7.4 **Cálculo del trabajo total a partir de una gráfica**

Una fuerza que actúa sobre una partícula varía con x como se muestra en la figura 7.8. Calcule el trabajo consumido por la fuerza en la partícula conforme se traslada de $x = 0$ a $x = 6.0$ m.

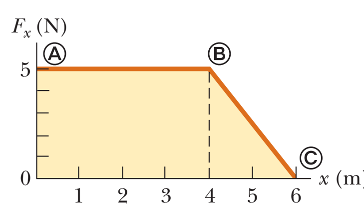


Figura 7.8 (Ejemplo 7.4) La fuerza que actúa sobre una partícula es constante para los primeros 4.0 m de movimiento y después disminuye linealmente con x de $x_{Ⓑ} = 4.0$ m a $x_{Ⓒ} = 6.0$ m. El trabajo neto invertido por esta fuerza es el área bajo la curva.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere una partícula sometida a la fuerza de la figura 7.8. Observe que la fuerza permanece constante a medida que la partícula se traslada a través de los primeros 4.0 m y después disminuye linealmente a cero en 6.0 m.

Categorizar Ya que la fuerza varía durante todo el movimiento de la partícula, se deben aplicar las técnicas para el trabajo invertido por fuerzas variables. En este caso, se aplica la representación gráfica de la figura 7.8 para evaluar el trabajo consumido.

Analizar El trabajo consumido por la fuerza es igual al área bajo la curva de $x_{Ⓐ} = 0$ a $x_{Ⓒ} = 6.0$ m. Esta área es igual al área de la sección rectangular de Ⓐ hasta Ⓑ más el área de la sección triangular de Ⓑ hasta Ⓒ.

Evalúe el área del rectángulo: $W_{Ⓐ Ⓑ} = (5.0 \text{ N})(4.0 \text{ m}) = 20 \text{ J}$

Hallar el valor numérico del área del triángulo: $W_{Ⓑ Ⓒ} = \frac{1}{2}(5.0 \text{ N})(2.0 \text{ m}) = 5.0 \text{ J}$

Encuentre el trabajo total consumido por la fuerza en la partícula: $W_{Ⓐ Ⓒ} = W_{Ⓐ Ⓑ} + W_{Ⓑ Ⓒ} = 20 \text{ J} + 5.0 \text{ J} = \boxed{25 \text{ J}}$

Finalizar Ya que la gráfica de la fuerza consiste de líneas rectas, se pueden usar reglas para la búsqueda de las áreas de formas geométricas simples para evaluar el trabajo total invertido en este ejemplo. En un caso en el que la fuerza no varíe linealmente, tales reglas no se pueden aplicar y la función fuerza se debe integrar como en las ecuaciones 7.7 o 7.8.

Trabajo consumido en un resorte

En la figura 7.9 se muestra un modelo de sistema físico común para el que la fuerza varía con la posición. Un bloque sobre una superficie horizontal sin fricción se conecta a un resorte. Para muchos resortes, si el resorte está estirado o comprimido una distancia pequeña desde su configuración sin estirar (en equilibrio), ejerce en el bloque una fuerza que se puede representar matemáticamente como

$$F_s = -kx \tag{7.9}$$

◀ Fuerza de resorte

donde x es la posición del bloque en relación con su posición de equilibrio ($x = 0$) y k es una constante positiva llamada **constante de fuerza** o **constante de resorte** del resorte.

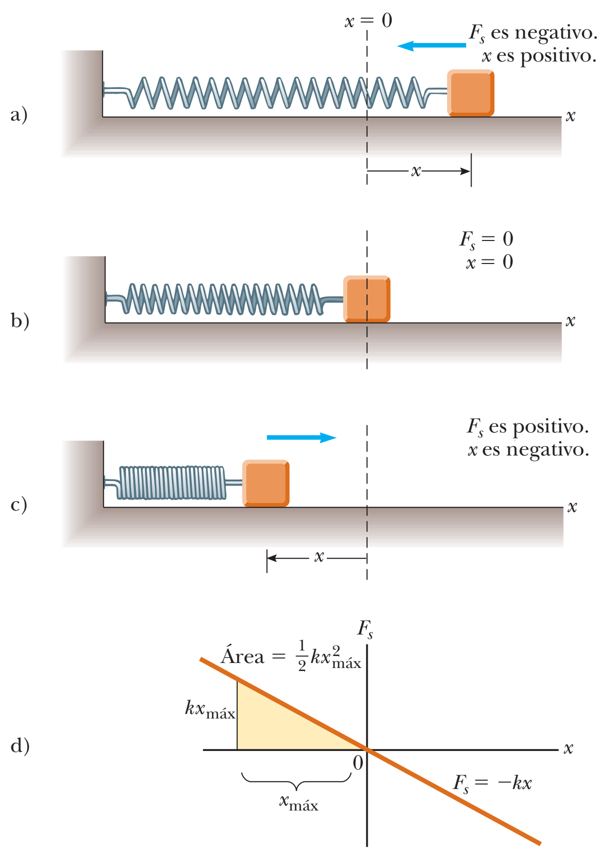


Figura 7.9 La fuerza que ejerce un resorte sobre un bloque varía con la posición x del bloque en relación con la posición de equilibrio $x = 0$. a) Cuando x es positivo (resorte estirado), la fuerza del resorte se dirige hacia la izquierda. b) Cuando x es cero (longitud natural del resorte), la fuerza del resorte es cero. c) Cuando x es negativo (resorte comprimido), la fuerza del resorte se dirige hacia la derecha. d) Gráfica de F_s en función de x para el sistema bloque–resorte. El trabajo invertido por la fuerza del resorte en el bloque cuando se traslada desde $-x_{máx}$ a 0 es el área del triángulo sombreado, $\frac{1}{2}kx^2_{máx}$.

En otras palabras, la fuerza que se requiere para estirar o comprimir un resorte es proporcional a la cantidad de estiramiento o compresión x. Esta ley de fuerza para resortes se conoce como **ley de Hooke**. El valor de k es una medida de la *rigidez* del resorte. Los resortes rígidos tienen grandes valores k, y los resortes suaves tienen pequeños valores k. Como se puede ver de la ecuación 7.9, las unidades de k son N/m.

La forma vectorial de la ecuación 7.9 es

$$\vec{\mathbf{F}}_s = F_s\hat{\mathbf{i}} = -kx\hat{\mathbf{i}} \qquad \textbf{(7.10)}$$

donde el eje x se eligió en la dirección de extensión o compresión del resorte.

El signo negativo en las ecuaciones 7.9 y 7.10 significa que la fuerza que ejerce el resorte siempre tiene una dirección *opuesta* al desplazamiento de equilibrio. Cuando $x > 0$, como en la figura 7.9a, de modo que el bloque está a la derecha de la posición de equilibrio, la fuerza del resorte se dirige hacia la izquierda, en la dirección x negativa. Cuando $x < 0$, como en la figura 7.9c, el bloque está a la izquierda del equilibrio y la fuerza del resorte se dirige hacia la derecha, en la dirección x positiva. Cuando $x = 0$, como en la figura 7.9b, el resorte no está estirado y $F_s = 0$. Puesto que la fuerza del resorte siempre actúa hacia la posición de equilibrio ($x = 0$), a veces se le llama *fuerza de restitución*.

Si el resorte se comprime hasta que el bloque está en el punto $-x_{\text{máx}}$ y después se libera, el bloque se traslada de $-x_{\text{máx}}$ a través de cero hasta $+x_{\text{máx}}$. Después invierte la dirección, regresa a $-x_{\text{máx}}$ y continúa oscilando de ida y vuelta.

Suponga que el bloque se empuja hacia la izquierda a una posición $-x_{\text{máx}}$ y después se libera. Identifique el bloque como el sistema y calcule el trabajo W_s invertido por la fuerza del resorte en el bloque conforme éste se traslada de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = 0$. Al aplicar la ecuación 7.8 y suponer que el bloque se puede modelar como una partícula, se obtiene

$$W_s = \int \vec{\mathbf{F}}_s \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\hat{\mathbf{i}}) \cdot (dx\hat{\mathbf{i}}) = \int_{-x_{\text{máx}}}^{0} (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2 \qquad \textbf{(7.11)}$$

donde se aplicó la integral $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1)$ con $n = 1$. El trabajo consumido por la fuerza del resorte es positivo porque la fuerza está en la misma dirección que su desplazamiento (ambos hacia la derecha). Puesto que el bloque llega en $x = 0$ con cierta rapidez, continuará móvil hasta que alcance una posición $+x_{\text{máx}}$. El trabajo invertido por la fuerza del resorte sobre el bloque conforme se traslada de $x_i = 0$ a $x_f = x_{\text{máx}}$ es $W_s = -\frac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2$ porque para esta parte del movimiento la fuerza del resorte es hacia la izquierda y su desplazamiento es hacia la derecha. En consecuencia, el trabajo *neto* invertido por la fuerza del resorte en el bloque conforme se traslada de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = x_{\text{máx}}$ es *cero*.

La figura 7.9d es una gráfica de F_s en función de x. El trabajo calculado en la ecuación 7.11 es el área del triángulo sombreada, que corresponde al desplazamiento desde $-x_{\text{máx}}$ hasta 0. Ya que el triángulo tiene base $x_{\text{máx}}$ y altura $kx_{\text{máx}}$, su área es $\frac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2$, el trabajo invertido por el resorte que se proporciona por la ecuación 7.11.

Si el bloque se somete a un desplazamiento arbitrario desde $x = x_i$ hasta $x = x_f$, el trabajo invertido por la fuerza del resorte en el bloque es

Trabajo consumido por un resorte ▶

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}kx_i^{\,2} - \tfrac{1}{2}kx_f^{\,2} \qquad \textbf{(7.12)}$$

De la ecuación 7.12 se ve que el trabajo invertido por la fuerza del resorte es cero para cualquier movimiento que termine donde comenzó ($x_i = x_f$). En el capítulo 8 se usará este resultado importante cuando se describa con mayor detalle el movimiento de este sistema.

Las ecuaciones 7.11 y 7.12 describen el trabajo empleado por el resorte sobre el bloque. Ahora considere el trabajo invertido en el bloque por un *agente externo* conforme el agente aplica una fuerza sobre el bloque y el bloque se mueve *muy lentamente* de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = 0$, como en la figura 7.10. Se puede calcular este trabajo al notar que, en cualquier valor de la posición, la *fuerza aplicada* $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}}$ es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza del resorte $\vec{\mathbf{F}}_s$, de modo que $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}} = F_{\text{ap}}\hat{\mathbf{i}} = -\vec{\mathbf{F}}_s = -(-kx\hat{\mathbf{i}}) = kx\hat{\mathbf{i}}$. Debido a eso, el trabajo realizado por esta fuerza aplicada (el agente externo) en el sistema bloque–resorte es

$$W_{\text{ap}} = \int \vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{x_i}^{x_f} (kx\hat{\mathbf{i}}) \cdot (dx\hat{\mathbf{i}}) = \int_{-x_{\text{máx}}}^{0} kx\,dx = -\tfrac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2$$

Este trabajo es igual al negativo del trabajo invertido por la fuerza del resorte para este desplazamiento (ecuación 7.11). El trabajo es negativo porque el agente externo debe empujar hacia adentro sobre el resorte para evitar que se expanda y esta dirección es opuesta a la dirección del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza conforme el bloque se traslada desde $-x_{\text{máx}}$ a 0.

Para un desplazamiento arbitrario del bloque, el trabajo consumido en el sistema por el agente externo es

$$W_{\text{ap}} = \int_{x_i}^{x_f} kx\,dx = \tfrac{1}{2}kx_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}kx_i^{\,2} \qquad \textbf{(7.13)}$$

Advierta que esta ecuación es el negativo de la ecuación 7.12.

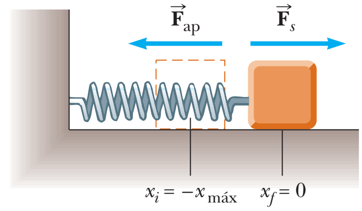


Figura 7.10 Un bloque se traslada desde $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = 0$ sobre una superficie sin fricción conforme se aplica una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}}$ al bloque. Si el proceso se realiza muy lentamente, la fuerza aplicada es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza del resorte en todo momento.

Pregunta rápida 7.4 Un dardo se carga en una pistola de juguete, la cual se activa por un resorte al empujarlo hacia adentro una distancia x. Para la carga siguiente, el resorte se comprime una distancia $2x$. ¿Cuánto trabajo se requiere para cargar el segundo dardo en comparación con el que se requiere para cargar el primero? a) cuatro veces más, b) dos veces más, c) el mismo, d) la mitad, e) una cuarta parte.

EJEMPLO 7.5 Medición de *k* para un resorte

Una técnica común aplicada para medir la constante de fuerza de un resorte se demuestra por la configuración de la figura 7.11. El resorte cuelga verticalmente (figura 7.11a) y un objeto de masa m se une a su extremo inferior. Bajo la acción de la "carga" mg, el resorte se estira una distancia d desde su posición de equilibrio (figura 7.11b).

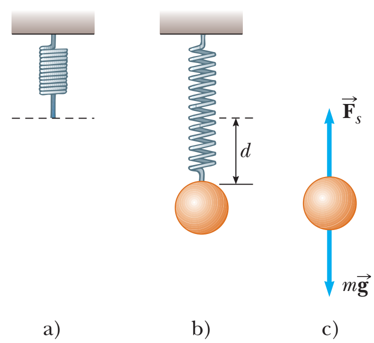


Figura 7.11 (Ejemplo 7.5) Determinación de la constante de fuerza k de un resorte. La elongación d la produce un objeto unido, que tiene un peso mg.

A) Si un resorte se estira 2.0 cm por un objeto suspendido que tiene una masa de 0.55 kg, ¿cuál es la constante de fuerza del resorte?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere la figura 7.11b, que muestra lo que le ocurre al resorte cuando el objeto se une a él. Simule esta situación al colgar un objeto sobre una banda elástica.

Categorizar El objeto en la figura 7.11b no acelera, de modo que se le modela como una partícula en equilibrio.

Analizar Puesto que el objeto está en equilibrio, la fuerza neta sobre él es cero y la fuerza hacia arriba del resorte equilibra la fuerza gravitacional hacia abajo $m\vec{\mathbf{g}}$ (figura 7.11c).

Al aplicar la ley de Hooke produce $|\vec{\mathbf{F}}_s| = kd = mg$ y al resolver para k:

$$k = \frac{mg}{d} = \frac{(0.55\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{2.0 \times 10^{-2}\text{ m}} = \boxed{2.7 \times 10^2\text{ N/m}}$$

B) ¿Cuánto trabajo invierte el resorte sobre el objeto conforme se estira esta distancia?

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 7.12 para encontrar el trabajo invertido por el resorte sobre el objeto:

$$W_s = 0 - \tfrac{1}{2}kd^2 = -\tfrac{1}{2}(2.7 \times 10^2\text{ N/m})(2.0 \times 10^{-2}\text{ m})^2$$
$$= \boxed{-5.4 \times 10^{-2}\text{ J}}$$

Finalizar A medida que el objeto se mueve a través de los 2.0 cm de distancia, la fuerza gravitacional también realiza trabajo sobre él. Este trabajo es positivo porque la fuerza gravitacional es hacia abajo y así es el desplazamiento del punto de aplicación de esta fuerza. Respecto a la ecuación 7.12 y la discusión posterior, ¿esperaría que el trabajo realizado por la fuerza gravitacional sea $+5.4 \times 10^{-2}$ J? Descúbralo.

Evalúe el trabajo invertido por la fuerza gravitacional en el objeto:

$$W = \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = (mg)(d)\cos 0 = mgd$$

$$= (0.55 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(2.0 \times 10^{-2} \text{ m}) = 1.1 \times 10^{-1} \text{ J}$$

Si usted esperaba que el trabajo invertido por la gravedad simplemente fuera el invertido por el resorte con un signo positivo, ¡es posible que le sorprenda este resultado! Para comprender por qué éste no es el caso, es necesario explorar más, como se hace en la siguiente sección.

7.5 Energía cinética y el teorema trabajo–energía cinética

Ya se investigó el trabajo y se le identificó como un mecanismo de transferencia de energía en un sistema. Un resultado posible de hacer trabajo sobre un sistema es que el sistema cambia su rapidez. En esta sección se investiga esta situación y se introduce el primer tipo de energía que un sistema puede tener, llamada *energía cinética*.

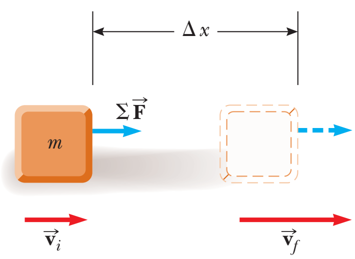


Figura 7.12 Un objeto que se somete a un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta x\hat{\mathbf{i}}$ y un cambio en velocidad bajo la acción de una fuerza neta constante $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$.

Considere un sistema que consiste de un solo objeto. La figura 7.12 muestra un bloque de masa m que se mueve a través de un desplazamiento dirigido hacia la derecha bajo la acción de una fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$, también dirigida hacia la derecha. Se sabe de la segunda ley de Newton que el bloque se mueve con una aceleración $\vec{\mathbf{a}}$. Si el bloque (y por tanto la fuerza) se mueven a través de un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta x\hat{\mathbf{i}} = (x_f - x_i)\,\hat{\mathbf{i}}$, el trabajo neto realizado sobre el bloque por la fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$ es

$$W_{\text{neto}} = \int_{x_i}^{x_f} \sum F\,dx \tag{7.14}$$

Al aplicar la segunda ley de Newton, se sustituye para la magnitud de la fuerza neta $\Sigma F = ma$ y después se realizan las siguientes manipulaciones de la regla de la cadena en el integrando:

$$W_{\text{neto}} = \int_{x_i}^{x_f} ma\,dx = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dt}\,dx = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}\,dx = \int_{v_i}^{v_f} mv\,dv \tag{7.15}$$

$$W_{\text{neto}} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$

donde v_i es la rapidez del bloque cuando está en $x = x_i$ y v_f es su rapidez en x_f.

La ecuación 7.15 se generó por la situación específica de movimiento unidimensional, pero es un resultado general. Dice que el trabajo invertido por la fuerza neta en una partícula de masa m es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de una cantidad $\frac{1}{2}mv^2$. La cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ representa la energía asociada con el movimiento de la partícula. Esta cantidad es tan importante que se le ha dado un nombre especial, **energía cinética**:

Energía cinética ►

$$K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2 \tag{7.16}$$

La energía cinética es una cantidad escalar y tiene las mismas unidades que el trabajo. Por ejemplo, un objeto de 2.0 kg que se mueve con una rapidez de 4.0 m/s tiene una energía cinética de 16 J. La tabla 7.1 menciona las energías cinéticas de diferentes objetos.

La ecuación 7.15 afirma que el trabajo realizado en una partícula por una fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$ que actúa sobre él es igual al cambio en energía cinética de la partícula. Con frecuencia es conveniente escribir la ecuación 7.15 en la forma

$$W_{\text{neto}} = K_f - K_i = \Delta K \tag{7.17}$$

Otra forma de escribirla es $K_f = K_i + W_{\text{neto}}$, que dice que la energía cinética final de un objeto es igual a su energía cinética inicial más el cambio debido al trabajo neto invertido sobre él.

TABLA 7.1

Energías cinéticas de diferentes objetos

Objeto	Masa (kg)	Rapidez (m/s)	Energía cinética (J)
Tierra que orbita el Sol	5.98×10^{24}	2.98×10^{4}	2.66×10^{33}
Luna que orbita la Tierra	7.35×10^{22}	1.02×10^{3}	3.82×10^{28}
Cohete que se mueve con rapidez de escape[a]	500	1.12×10^{4}	3.14×10^{10}
Automóvil a 65 mi/h	2 000	29	8.4×10^{5}
Atleta que corre	70	10	3 500
Piedra que se deja caer desde 10 m	1.0	14	98
Pelota de golf con rapidez terminal	0.046	44	45
Gota de lluvia con rapidez terminal	3.5×10^{-5}	9.0	1.4×10^{-3}
Molécula de oxígeno en aire	5.3×10^{-26}	500	6.6×10^{-21}

[a] Rapidez de escape es la rapidez mínima que un objeto debe lograr cerca de la superficie de la Tierra para alejarse infinitamente de ésta.

La ecuación 7.17 se generó al suponer que se realiza trabajo en una partícula. También se podría hacer trabajo sobre un sistema deformable, en el que las partes del sistema se muevan unas respecto de otras. En este caso, también se encuentra que la ecuación 7.17 es válida en tanto el trabajo neto se encuentre al sumar los trabajos invertidos por cada fuerza y sumarlos, tal como se discutió anteriormente en relación con la ecuación 7.8.

La ecuación 7.17 es un resultado importante conocido como **teorema trabajo–energía cinética**:

> Cuando se consume trabajo en un sistema, y el único cambio en el sistema es en su rapidez, el trabajo neto consumido en el sistema es igual al cambio en energía cinética del sistema.

◄ Teorema trabajo–energía cinética

El teorema trabajo–energía cinética indica que la rapidez de un sistema *aumenta* si el trabajo neto invertido sobre él es *positivo* porque la energía cinética final es mayor que la energía cinética inicial. La rapidez *disminuye* si el trabajo neto es *negativo* porque la energía cinética final es menor que la energía cinética inicial.

Puesto que hasta el momento sólo se ha investigado movimiento traslacional a través del espacio, se llegó al teorema trabajo–energía cinética al analizar situaciones que involucran movimiento traslacional. Otro tipo de movimiento es el *movimiento rotacional*, en el que un objeto gira en torno a un eje. Este tipo de movimiento se estudiará en el capítulo 10. El teorema trabajo–energía cinética también es válido para sistemas que se someten a un cambio en la rapidez rotacional debido al trabajo realizado sobre el sistema. El molino de viento en la fotografía al principio de este capítulo es un ejemplo de trabajo que causa movimiento rotacional.

El teorema trabajo–energía cinética pondrá en claro un resultado visto anteriormente en este capítulo que puede parecer extraño. En la sección 7.4 se llegó a un resultado de trabajo neto realizado cero cuando un resorte empujó un bloque de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = x_{\text{máx}}$. Note que, ya que la rapidez del bloque cambia continuamente, puede parecer complicado analizar este proceso. Sin embargo, la cantidad ΔK en el teorema trabajo–energía cinética sólo se refiere a los puntos inicial y final para las magnitudes de velocidad; no depende de los detalles de la trayectoria seguida entre dichos puntos. Por lo tanto, dado que la rapidez es cero tanto en el punto inicial como en el final del movimiento, el trabajo neto invertido en el bloque es cero. Con frecuencia este concepto de independencia con la trayectoria se verá en planteamientos similares de problemas.

Además se regresa al final del ejemplo 7.5 para el misterio en la etapa finalizar. ¿Por qué el trabajo invertido por la gravedad no fue sólo el trabajo consumido por el resorte con un signo positivo? Note que el trabajo invertido por la gravedad es mayor que la magnitud del trabajo consumido por el resorte. Por lo tanto, el trabajo total invertido por todas las fuerzas en el objeto es positivo. Ahora piense cómo crear la situación en que las *únicas* fuerzas sobre el objeto son la fuerza del resorte y la fuerza gravitacional. Debe soportar el objeto en el punto más alto y después *quitar* su mano y dejar que el objeto caiga. Si lo hace,

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.6

Condiciones para el teorema trabajo–energía cinética

El teorema trabajo–energía cinética es importante pero limitado en su aplicación; no es un principio general. En muchas situaciones, otros cambios en el sistema ocurren además de su rapidez, y existen otras interacciones con el entorno además del trabajo. Un principio más general que involucra energía es la *conservación de energía* en la sección 8.1.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.7

El teorema trabajo–energía cinética: rapidez, no velocidad

El teorema trabajo–energía cinética relaciona el trabajo con un cambio en la *rapidez* de un sistema, no con un cambio en su velocidad. Por ejemplo, si un objeto está en movimiento circular uniforme, su rapidez es constante. Aun cuando su velocidad cambie, no se realiza trabajo sobre el objeto por la fuerza que causa el movimiento circular.

sabe que, cuando el objeto alcanza una posición 2.0 cm abajo de su mano, se estará *moviendo*, que es consistente con la ecuación 7.17. En el objeto se invierte trabajo neto positivo y el resultado es que tiene una energía cinética conforme pasa a través del punto 2.0 cm. La única manera de evitar que el objeto tenga una energía cinética después de moverse 2.0 cm es bajarlo lentamente con su mano. Sin embargo, después, existe una tercera fuerza invirtiendo trabajo en el objeto, la fuerza normal de su mano. Si este trabajo se calcula y suma al invertido por la fuerza del resorte y la fuerza gravitacional, el trabajo neto invertido en el objeto es cero, que es consistente porque no es móvil en el punto 2.0 cm.

Antes se indicó que el trabajo se considera un mecanismo para la transferencia de energía en un sistema. La ecuación 7.17 es un enunciado matemático de este concepto. Cuando se invierte trabajo en un sistema W_{neto}, el resultado es una transferencia de energía a través de la frontera del sistema. El resultado en el sistema, en el caso de la ecuación 7.17, es un cambio ΔK de energía cinética. En la siguiente sección se investiga otro tipo de energía que se puede almacenar en un sistema como resultado de realizar trabajo en el sistema.

Pregunta rápida 7.5 Se carga un dardo en una pistola de juguete, accionada por resorte, al empujar el resorte hacia adentro una distancia x. Para la siguiente carga, el resorte se comprime una distancia $2x$. ¿Qué tan rápido deja la pistola el segundo dardo, en comparación con el primero? a) cuatro veces más rápido, b) dos veces más rápido, c) la misma, d) la mitad de rápido, e) un cuarto de rápido.

EJEMPLO 7.6 Un bloque que se jala sobre una superficie sin fricción

Un bloque de 6.0 kg, inicialmente en reposo, se jala hacia la derecha, a lo largo de una superficie horizontal sin fricción, mediante una fuerza horizontal constante de 12 N. Encuentre la rapidez del bloque después de que se ha movido 3.0 m.

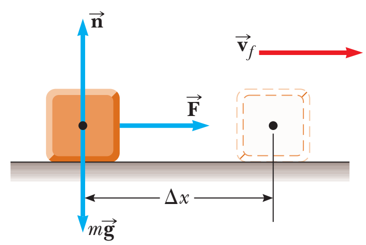


Figura 7.13 (Ejemplo 7.6) Bloque que se jala hacia la derecha sobre una superficie sin fricción mediante una fuerza horizontal constante.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 7.13 ilustra esta situación. Suponga que jala un carro de juguete a través de una mesa con una banda elástica horizontal unida al frente del carro. La fuerza se mantiene constante al asegurar que la banda elástica estirada siempre tiene la misma longitud.

Categorizar Se podrían aplicar las ecuaciones de cinemática para determinar la respuesta, pero practique la aproximación de energía. El bloque es el sistema y tres fuerzas externas actúan en el sistema. La fuerza normal equilibra la fuerza gravitacional en el bloque y ninguna de estas fuerzas que actúan verticalmente realiza trabajo sobre el bloque porque sus puntos de aplicación se desplazan horizontalmente.

Analizar La fuerza externa neta que actúa sobre el bloque es la fuerza horizontal de 12 N.

Hallar el trabajo invertido por esta fuerza en el bloque:

$$W = F\,\Delta x = (12\text{ N})(3.0\text{ m}) = 36\text{ J}$$

Use el teorema trabajo–energía para el bloque y note que su energía cinética inicial es cero:

$$W = K_f - K_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - 0$$

Resuelva para v_f:

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(36\text{ J})}{6.0\text{ kg}}} = \boxed{3.5\text{ m/s}}$$

Finalizar Le sería útil resolver este problema de nuevo, al representar el bloque como una partícula bajo una fuerza neta para encontrar su aceleración y luego como una partícula bajo aceleración constante para encontrar su velocidad final.

¿Qué pasaría si? Suponga que la magnitud de la fuerza en este ejemplo se duplica a $F' = 2F$. El bloque de 6.0 kg acelera a 3.5 m/s debido a esta fuerza aplicada mientras se mueve a través de un desplazamiento $\Delta x'$. ¿Cómo se compara el desplazamiento $\Delta x'$ con el desplazamiento original Δx?

Respuesta Si se jala más fuerte, el bloque debe acelerar a una cierta rapidez en una distancia más corta, así que se espera que $\Delta x' < \Delta x$. En ambos casos, el bloque experimenta el mismo cambio en energía cinética ΔK. Matemáticamente, a partir del teorema trabajo–energía cinética, se encuentra que

$$W = F'\Delta x' = \Delta K = F\Delta x$$

$$\Delta x' = \frac{F}{F'}\Delta x = \frac{F}{2F}\Delta x = \tfrac{1}{2}\Delta x$$

y la distancia es más corta, como se sugiere por el argumento conceptual.

EJEMPLO CONCEPTUAL 7.7 ¿La rampa reduce el trabajo requerido?

Un hombre quiere cargar un refrigerador en una camioneta con el uso de una rampa a un ángulo θ, como se muestra en la figura 7.14. Él afirma que se debe requerir menos trabajo para cargar la camioneta si la longitud L de la rampa aumenta. ¿Esta afirmación es válida?

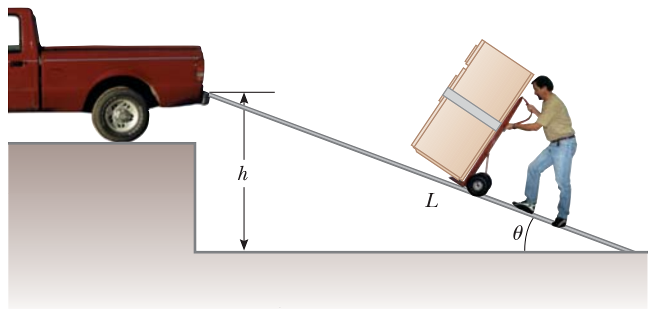


Figura 7.14 (Ejemplo conceptual 7.7) Un refrigerador unido a una carretilla con ruedas sin fricción se mueve por una rampa con rapidez constante.

SOLUCIÓN

No. Suponga que el refrigerador se sube por la rampa en una carretilla con rapidez constante. En este caso, para el sistema del refrigerador y la carretilla, $\Delta K = 0$. La fuerza normal que ejerce la rampa sobre el sistema se dirige 90° al desplazamiento de su punto de aplicación y por lo tanto no realiza trabajo sobre el sistema. Puesto que $\Delta K = 0$, el teorema trabajo–energía cinética produce

$$W_{\text{neto}} = W_{\text{por hombre}} + W_{\text{por gravedad}} = 0$$

El trabajo invertido por la fuerza gravitacional es igual al producto del peso mg del sistema, la distancia L a través de la que se desplaza el refrigerador y cos $(\theta + 90°)$. En consecuencia,

$$\begin{aligned} W_{\text{por hombre}} &= -W_{\text{por gravedad}} = -(mg)(L)[\cos(\theta + 90°)] \\ &= mgL \operatorname{sen}\theta = mgh \end{aligned}$$

donde $h = L \operatorname{sen}\theta$ es la altura de la rampa. Por lo tanto, el hombre debe realizar la misma cantidad de trabajo mgh sobre el sistema *sin importar* la longitud de la rampa. El trabajo sólo depende de la altura de la rampa. Aunque se requiere menos fuerza con una rampa más larga, el punto de aplicación de dicha fuerza se mueve a través de un mayor desplazamiento.

7.6 Energía potencial de un sistema

Hasta el momento en este capítulo se ha definido un sistema en general, pero la atención se ha enfocado principalmente sobre partículas u objetos solos bajo la influencia de fuerzas externas. Considere ahora sistemas de dos o más partículas u objetos que interactúan a través de una fuerza que es *interna* al sistema. La energía cinética de tal sistema es la suma algebraica de las energías cinéticas de todos los integrantes del sistema. Sin embargo, puede haber sistemas en los que un objeto sea tan masivo que se pueda modelar como fijo y su energía cinética sea despreciable. Por ejemplo, si se considera un sistema bola–Tierra mientras la bola cae a la Tierra, la energía cinética del sistema se puede considerar sólo como la energía cinética de la bola. La Tierra se mueve tan lentamente en este proceso que se puede ignorar su energía cinética. Por otra parte, la energía cinética de un sistema de dos electrones debe incluir las energías cinéticas de ambas partículas.

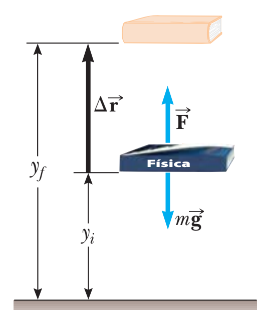


Figura 7.15 El trabajo invertido por un agente externo en el sistema del libro y la Tierra a medida que el libro se levanta lentamente desde una altura y_i a una altura y_f es igual a $mgy_f - mgy_i$.

Piense en un sistema que consiste de un libro y la Tierra, que interactúa a través de la fuerza gravitacional. Se hace algo de trabajo sobre el sistema al levantar el libro lentamente desde el reposo a través de una desplazamiento vertical $\Delta\vec{\mathbf{r}} = (y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}$, como en la figura 7.15. De acuerdo con la discusión del trabajo como una transferencia de energía, este trabajo invertido en el sistema debe aparecer como un aumento en energía del sistema.

El libro está en reposo antes de realizar el trabajo y está en reposo después de realizar el trabajo. Por lo tanto, no hay cambio en la energía cinética del sistema.

Puesto que el cambio de energía del sistema no es en la forma de energía cinética, debe aparecer como alguna otra forma de almacenamiento de energía. Después de levantar el libro, se le podría liberar y dejar que caiga de vuelta a la posición y_i. Note que el libro (y, por lo tanto, el sistema) ahora tiene energía cinética y su fuente está en el trabajo que se hizo al levantar el libro. Mientras el libro estaba en el punto más alto, la energía del sistema tenía el *potencial* para convertirse en energía cinética, pero no lo hizo hasta que al libro se le permitió caer. En consecuencia, al mecanismo de almacenamiento de energía antes de que el libro se libere se le llama **energía potencial**. Se encontrará que la energía potencial de un sistema sólo se asocia con tipos específicos de fuerzas que actúan entre integrantes de un sistema. La cantidad de energía potencial en el sistema se determina mediante la *configuración* del mismo. Mover los integrantes del sistema a diferentes posiciones o girarlos cambia su configuración y por ende su energía potencial.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.8

Energía potencial

La frase *energía potencial* no se refiere a algo que tenga el potencial de convertirse en energía. La energía potencial *es* energía.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.9

La energía potencial pertenece a un sistema

La energía potencial siempre se asocia con un *sistema* de dos o más objetos en interacción. Cuando un objeto pequeño se mueve cerca de la superficie de la Tierra bajo la influencia de la gravedad, a veces se puede hacer referencia a la energía potencial “asociada con el objeto” en lugar de “asociada con el sistema”, que es lo más apropiado, porque la Tierra no se mueve significativamente. Sin embargo, en el texto no se hará alusión a la energía potencial “del objeto” porque esta frase ignora el papel de la Tierra.

Ahora deduzca una expresión para la energía potencial asociada con un objeto en cierta ubicación sobre la superficie de la Tierra. Considere un agente externo que levanta un objeto de masa m desde una altura inicial y_i sobre el suelo a una altura final y_f, como en la figura 7.15. Se supone que el levantamiento se hace lentamente, sin aceleración, de modo que la fuerza aplicada del agente se representa como igual en magnitud a la fuerza gravitacional en el objeto: el objeto se modela como una partícula en equilibrio que se mueve con velocidad constante. El trabajo invertido por el agente externo sobre el sistema (objeto y Tierra) conforme el objeto se somete a este desplazamiento hacia arriba, se conoce por el producto de la fuerza aplicada hacia arriba $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}}$ y el desplazamiento hacia arriba de esta fuerza, $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta y\,\hat{\mathbf{j}}$:

$$W_{\text{neto}} = (\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}}) \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = (mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_f - mgy_i \tag{7.18}$$

donde este resultado es el trabajo neto invertido en el sistema porque la fuerza aplicada es la única fuerza sobre el sistema desde el entorno. Advierta la similitud entre la ecuación 7.18 y la ecuación 7.15. En cada ecuación, el trabajo invertido en un sistema es igual a una diferencia entre los valores final e inicial de una cantidad. En la ecuación 7.15, el trabajo representa una transferencia de energía en el sistema y el incremento en energía del sistema es cinética en forma. En la ecuación 7.18, el trabajo representa una transferencia de energía al sistema y la energía del sistema aparece en una forma diferente, a lo que se llamó energía potencial.

En consecuencia, la cantidad mgy se puede identificar como la **energía potencial gravitacional** U_g:

Energía potencial gravitacional ►

$$U_g \equiv mgy \tag{7.19}$$

Las unidades de la energía potencial gravitacional son joules, las mismas unidades que el trabajo y la energía cinética. La energía potencial, como el trabajo y la energía cinética, es una cantidad escalar. Note que la ecuación 7.19 sólo es válida para objetos cerca de la superficie de la Tierra, donde g es aproximadamente constante.[3]

Al usar la definición de energía potencial gravitacional, la ecuación 7.18 ahora se puede rescribir como

$$W_{\text{neto}} = \Delta U_g \tag{7.20}$$

que matemáticamente describe que el trabajo neto invertido en el sistema en esta situación aparece como un cambio en la energía potencial gravitacional del sistema.

La energía potencial gravitacional sólo depende de la altura vertical del objeto sobre la superficie de la Tierra. La misma cantidad de trabajo se debe invertir sobre un sistema objeto–Tierra ya sea que el objeto se levante verticalmente desde la Tierra o se empuje desde el mismo punto hacia arriba de un plano inclinado sin fricción para terminar en la misma altura. Este enunciado se verifica para una situación específica como empujar un refrigerador sobre una rampa en el ejemplo conceptual 7.7. Se puede demostrar que

[3] La suposición de que g es constante es válida en tanto que el desplazamiento vertical del objeto sea pequeño en comparación con el radio de la Tierra.

este enunciado es verdadero en general al calcular el trabajo invertido en un objeto por un agente que mueve el objeto a lo largo de un desplazamiento que tiene componentes tanto vertical como horizontal:

$$W_{\text{neto}} = (\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}}) \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = (mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(x_f - x_i)\hat{\mathbf{i}} + (y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_f - mgy_i$$

donde no hay término que involucre a x en el resultado final porque $\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = 0$.

Al resolver problemas, debe elegir una configuración de referencia para la cual la energía potencial gravitacional del sistema se haga igual a algún valor de referencia, que normalmente es cero. La elección de configuración de referencia es completamente arbitraria porque la cantidad importante es la *diferencia* en energía potencial, y esta diferencia es independiente de la elección de la configuración de referencia.

Con frecuencia es conveniente elegir como la configuración de referencia para la energía potencial gravitacional la configuración en la que un objeto está en la superficie de la Tierra, pero esta elección no es esencial. Frecuentemente el enunciado del problema sugiere aplicar una configuración conveniente.

Pregunta rápida 7.6 Elija la respuesta correcta. La energía potencial gravitacional de un sistema a) siempre es positiva, b) siempre es negativa, c) puede ser negativa o positiva.

EJEMPLO 7.8 El bolichista y el dedo lastimado

Una bola de boliche sostenida por un bolichista descuidado se desliza de sus manos y cae sobre un dedo de su pie. Si elige el nivel del suelo como el punto $y = 0$ de su sistema coordenado, estime el cambio en energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra mientras cae la bola. Repita el cálculo usando la coronilla de la cabeza del bolichista como el origen de coordenadas.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La bola de boliche cambia su posición vertical en relación con la superficie de la Tierra. Asociado con este cambio de posición, hay un cambio en la energía potencial gravitacional del sistema.

Categorizar Se evalúa un cambio de energía potencial gravitacional definido en esta sección, de modo que este ejemplo se clasifique como un problema de sustitución.

El enunciado del problema dice que la configuración de referencia del sistema bola–Tierra que corresponde a energía potencial cero es cuando el punto más bajo de la bola está en el suelo. Para encontrar el cambio de energía del sistema, es necesario estimar unos cuantos valores. Una bola de boliche tiene una masa de aproximadamente 7 kg, y la parte superior del dedo del pie de una persona está aproximadamente a 0.03 m sobre el suelo. Además, se debe suponer que la bola cae desde una altura de 0.5 m.

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra justo antes de que la bola de boliche se libere:

$$U_i = mgy_i = (7\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(0.5\text{ m}) = 34.3\text{ J}$$

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra cuando la bola llega al dedo del bolichista:

$$U_f = mgy_f = (7\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(0.03\text{ m}) = 2.06\text{ J}$$

Evalúe el cambio en energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra:

$$\Delta U_g = 2.06\text{ J} - 34.3\text{ J} = -32.24\text{ J}$$

En este caso probablemente se conserve sólo un dígito debido a lo burdo de las estimaciones; en consecuencia, se estima que el cambio en energía potencial gravitacional es $\boxed{-30\text{ J}}$. El sistema tiene 30 J de energía potencial gravitacional antes de que la bola inicie su caída y aproximadamente cero de energía potencial cuando la bola llega a la parte superior del dedo.

El segundo caso indica que la configuración de referencia del sistema para energía potencial cero se elige cuando la bola está en la cabeza del bolichista (aun cuando la bola nunca está en tal posición en su movimiento). Se estima que esta posición es 1.50 m sobre el suelo.

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra justo antes de que la bola de boliche se libere desde su posición 1 m abajo de la cabeza del bolichista:

$$U_i = mgy_i = (7\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(-1\text{ m}) = -68.6\text{ J}$$

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra cuando la bola llega al dedo del bolichista ubicado 1.47 m bajo la cabeza del bolichista:

$$U_f = mgy_f = (7\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(-1.47\text{ m}) = -100.8\text{ J}$$

Evalúe el cambio en la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra:

$$\Delta U_g = -100.8\text{ J} - (-68.6\text{ J}) = -32.2\text{ J} \approx \boxed{-30\text{ J}}$$

Este valor es el mismo que antes, como debe ser.

Energía potencial elástica

Ahora que está familiarizado con la energía potencial gravitacional de un sistema, explore un segundo tipo de energía potencial que puede tener un sistema. Considere un sistema que consta de un bloque y un resorte, como se muestra en la figura 7.16. La fuerza que el resorte ejerce sobre el bloque se conoce por $F_s = -kx$ (ecuación 7.9). El trabajo invertido por una fuerza aplicada externa F_{ap} en un sistema que consiste de un bloque conectado al resorte se proporciona por la ecuación 7.13:

$$W_{\text{ap}} = \tfrac{1}{2}kx_f^2 - \tfrac{1}{2}kx_i^2 \qquad \textbf{(7.21)}$$

En esta situación, las coordenadas inicial y final x del bloque se miden desde su posición de equilibrio, $x = 0$. De nuevo (como en el caso gravitacional) se ve que el trabajo invertido en el sistema es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de una expresión relacionada con la configuración del sistema. La función de **energía potencial elástica** asociada con el sistema bloque–resorte se define mediante

Energía potencial elástica ▶

$$\boxed{U_s \equiv \tfrac{1}{2}kx^2} \qquad \textbf{(7.22)}$$

La energía potencial elástica del sistema se puede percibir como la energía almacenada en el resorte deformado (uno que está comprimido o estirado desde su posición de equilibrio). La energía potencial elástica almacenada en un resorte es cero siempre que

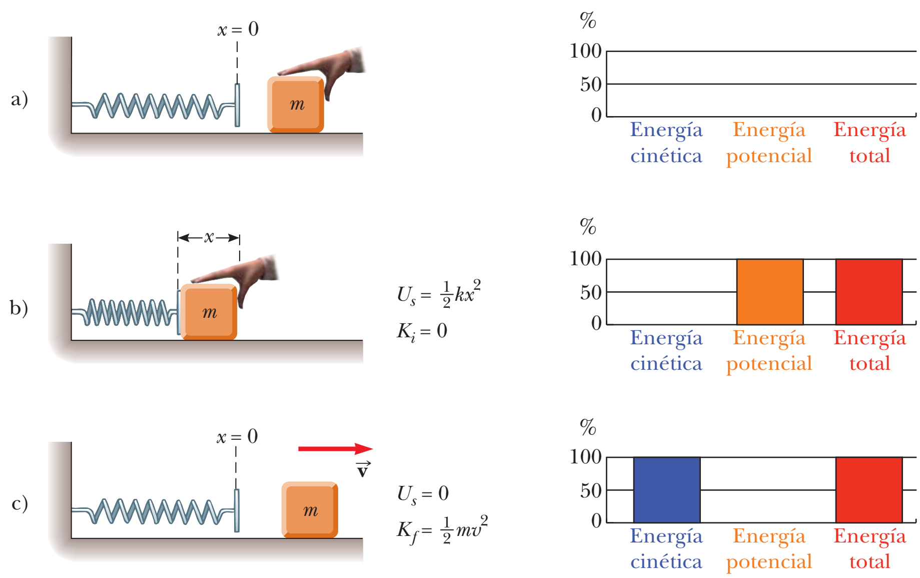


Figura 7.16 a) Un resorte no deformado sobre una superficie horizontal sin fricción. b) Se empuja un bloque de masa m contra el resorte y lo comprime una distancia x. La energía potencial elástica se almacena en el sistema resorte–bloque. c) Cuando el bloque se libera desde el reposo, la energía potencial elástica se transforma en energía cinética del bloque. Las gráficas de barras de energía a la derecha de cada parte de la figura ayudan a seguir la pista de la energía en el sistema.

el resorte no esté deformado ($x = 0$). La energía se almacena en el resorte sólo cuando el resorte está estirado o comprimido. Puesto que la energía potencial elástica es proporcional a x^2, se ve que U_s siempre es positiva en un resorte deformado.

Considere la figura 7.16, que muestra un resorte sobre una superficie horizontal sin fricción. Cuando se empuja un bloque contra el resorte y el resorte se comprime una distancia x (figura 7.16b), la energía potencial elástica almacenada en el resorte es $\frac{1}{2}kx^2$. Cuando el bloque se libera desde el reposo, el resorte ejerce una fuerza sobre el bloque y regresa a su longitud original. La energía potencial elástica almacenada se transforma en energía cinética del bloque (figura 7.16c).

La figura 7.16 muestra una representación gráfica importante de información relacionada con energía de sistemas llamada **gráfica de barras de energía**. El eje vertical representa la cantidad de energía de una clase determinada en el sistema. El eje horizontal muestra las clases de energía en el sistema. La gráfica de barras de la figura 7.16a muestra que el sistema contiene energía cero porque el resorte está relajado y el bloque no se mueve. Entre la figura 7.16a y 7.16b, la mano realiza trabajo sobre el sistema, comprime el resorte y almacena energía potencial elástica en el sistema. En la figura 7.16c, el resorte regresó a su longitud relajada y el sistema ahora contiene energía cinética asociada con el bloque en movimiento.

Pregunta rápida 7.7 Una bola se conecta a un resorte ligero suspendido verticalmente, como se muestra en la figura 7.17. Cuando se jala hacia abajo desde su posición de equilibrio y se libera, la bola oscila arriba y abajo. **i)** En el sistema de *la bola, el resorte y la Tierra*, ¿qué formas de energía existen durante el movimiento? a) cinética y potencial elástica, b) cinética y potencial gravitacional, c) cinética, potencial elástica y potencial gravitacional, d) potencial elástica y potencial gravitacional. **ii)** En el sistema de *la bola y el resorte*, ¿qué formas de energía existen durante el movimiento? Elija de las mismas posibilidades de la a) a la d).

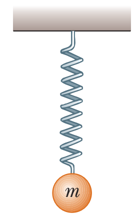


Figura 7.17 (Pregunta rápida 7.7) Una bola conectada a un resorte sin masa suspendido verticalmente. ¿Qué formas de energía potencial se asocian con el sistema cuando la bola se desplaza hacia abajo?

7.7 Fuerzas conservativas y no conservativas

Ahora se introduce un tercer tipo de energía que tiene un sistema. Imagine que usted acelera con su mano el libro en la figura 7.18a y lo desliza hacia la derecha sobre la superficie de una mesa pesada y frena debido a la fuerza de fricción. Suponga que la *superficie* es el sistema. Debido a eso la fuerza de fricción al deslizarse el libro realiza trabajo sobre la superficie. La fuerza sobre la superficie es hacia la derecha y el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza es hacia la derecha. El trabajo invertido en la superficie es positivo, pero la superficie no se mueve después de que el libro se detiene. Sobre la superficie se realizó trabajo positivo, aunque no hay aumento en la energía cinética de la superficie o la energía potencial de sistema alguno.

A partir de su experiencia cotidiana con el deslizamiento sobre superficies con fricción, probablemente usted puede adivinar que la superficie se *calentará* después de que el libro se deslice sobre ella. (¡Frote sus manos vigorosamente para descubrirlo!) El trabajo que se hizo sobre la superficie se fue en calentar la superficie en lugar de aumentar su rapidez o cambiar la configuración de un sistema. A la energía asociada con la temperatura de un sistema se le llama **energía interna**, que se simboliza E_{int}. (En el capítulo 20 se definirá de manera más general la energía interna.) En este caso, el trabajo invertido en la superficie de hecho representa la energía transferida hacia dentro del sistema, pero aparece en el sistema como energía interna en lugar de energía cinética o potencial.

Considere el libro y la superficie en la figura 7.18a juntos como un sistema. Inicialmente, el sistema tiene energía cinética porque el libro es móvil. Después de que el libro llegó al reposo, la energía interna del sistema aumentó: el libro y la superficie están más calientes que antes. Se puede considerar el trabajo invertido por fricción dentro del

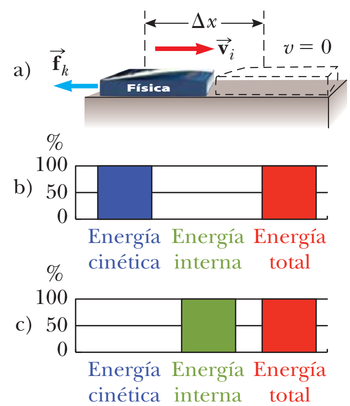


Figura 7.18 a) Un libro que se desliza hacia la derecha sobre una superficie horizontal frena en presencia de una fuerza de fricción cinética que actúa hacia la izquierda. b) Gráfica de barras de energía que muestra la energía en el sistema del libro y la superficie en el instante de tiempo inicial. La energía del sistema es toda energía cinética. c) Después de que el libro se detiene, la energía del sistema es toda energía interna.

sistema (esto es, entre el libro y la superficie) como un *mecanismo de transformación* para energía. Este trabajo transforma la energía cinética del sistema en energía interna. De igual modo, cuando un libro cae recto hacia abajo sin resistencia del aire, el trabajo invertido por la fuerza gravitacional dentro del sistema libro–Tierra transforma la energía potencial gravitacional del sistema a energía cinética.

Las figuras 7.18b y 7.18c muestran gráficas de barras de energía para la situación en la figura 7.18a. En la figura 7.18b, la gráfica de barras muestra que el sistema contiene energía cinética en el instante en que su mano libera el libro. En este instante se define la cantidad de energía interna de referencia en el sistema igual a cero. En la figura 7.18c, después de que el libro deja de deslizarse, la energía cinética es cero y ahora el sistema contiene energía interna. Observe que la cantidad de energía interna en el sistema, después de que el libro se detiene, es igual a la cantidad de energía cinética en el sistema en el instante inicial. Esta igualdad se describe mediante un principio importante llamado *conservación de energía*. Este principio se explorará en el capítulo 8.

Ahora considere con más detalle un objeto que se mueve hacia abajo, cerca de la superficie de la Tierra. El trabajo invertido por la fuerza gravitacional en el objeto no depende de si cae vertical o se desliza hacia abajo de un plano muy inclinado. Todo lo que importa es el cambio en la elevación del objeto. Sin embargo, la transformación de energía a energía interna debida a fricción en dicho plano depende de la distancia que el objeto se desliza. En otras palabras, la trayectoria no hace diferencia cuando se considera el trabajo invertido por la fuerza gravitacional, pero sí hace una diferencia cuando se considera la transformación de energía debida a fuerzas de fricción. Se puede usar esta dependencia variable con la trayectoria para clasificar fuerzas como conservativas o no conservativas. De las dos fuerzas mencionadas, la fuerza gravitacional es conservativa y la fuerza de fricción es no conservativa.

Fuerzas conservativas

Las **fuerzas conservativas** tienen estas dos propiedades equivalentes:

Propiedades de fuerzas conservativas ▶

1. El trabajo invertido por una fuerza conservativa sobre una partícula móvil entre dos puntos cualesquiera es independiente de la trayectoria tomada por la partícula.
2. El trabajo invertido por una fuerza conservativa en una partícula móvil a lo largo de cualquier trayectoria cerrada es cero. (Una trayectoria cerrada es aquella en la que el punto de partida y el punto final son idénticos.)

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.10

Advertencia sobre ecuaciones similares

Compare la ecuación 7.23 con la ecuación 7.20. Estas ecuaciones son similares excepto por el signo negativo, que es una fuente común de confusión. La ecuación 7.20 dice que trabajo positivo se invierte *por un agente externo* en un sistema que causa un aumento en la energía potencial del sistema (sin cambio en la energía cinética o interna). La ecuación 7.23 establece que el trabajo invertido *en una componente de un sistema por una fuerza conservativa interna a un sistema aislado* causa una disminución en la energía potencial del sistema.

La fuerza gravitacional es un ejemplo de fuerza conservativa; la fuerza que un resorte ideal ejerce en cualquier objeto unido al resorte es otra. El trabajo invertido por la fuerza gravitacional en un objeto móvil entre dos puntos cualesquiera cerca de la superficie de la Tierra es $W_g = -mg\hat{\mathbf{j}} \cdot [(y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_i - mgy_f$. A partir de esta ecuación, observe que W_g sólo depende de las coordenadas y inicial y final del objeto y por tanto es independiente de la trayectoria. Además, W_g es cero cuando el objeto se traslada en cualquier trayectoria cerrada (donde $y_i = y_f$).

Para el caso del sistema objeto–resorte, el trabajo W_s invertido por la fuerza del resorte se conoce por $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$ (ecuación 7.12). Se ve que la fuerza del resorte es conservativa porque W_s sólo depende de las coordenadas x, inicial y final del objeto y es cero para cualquier trayectoria cerrada.

Es posible asociar una energía potencial para un sistema con una fuerza que actúa entre integrantes del sistema, pero sólo se puede hacer para fuerzas conservativas. En general, el trabajo W_c invertido por una fuerza conservativa en un objeto que es integrante de un sistema conforme el objeto se traslada de una posición a otra es igual al valor inicial de la energía potencial del sistema menos el valor final:

$$W_c = U_i - U_f = -\Delta U \qquad \textbf{(7.23)}$$

Como ejemplo, compare esta ecuación general con la ecuación específica para el trabajo invertido por la fuerza de resorte (ecuación 7.12) como la extensión de los cambios del resorte.

Fuerzas no conservativas

Una fuerza es **no conservativa** si no satisface las propiedades 1 y 2 para fuerzas conservativas. Se define la suma de las energías cinética y potencial de un sistema como la **energía mecánica** del sistema:

$$E_{\text{mec}} \equiv K + U \tag{7.24}$$

donde K incluye la energía cinética de todos los integrantes móviles del sistema y U incluye todos los tipos de energía potencial en el sistema. Las fuerzas no conservativas que actúan dentro de un sistema causan un *cambio* en la energía mecánica del sistema. Por ejemplo, para un libro que se desliza sobre una superficie horizontal sin fricción, la energía mecánica del sistema libro–superficie se transforma en energía interna, como se discutió anteriormente. Sólo parte de la energía cinética del libro se transforma en energía interna en el libro. El resto aparece como energía interna en la superficie. (Cuando tropieza y se desliza por el suelo de un gimnasio, no sólo la piel en sus rodillas se calienta, ¡también lo hace el piso!) Puesto que la fuerza de fricción cinética transforma la energía mecánica de un sistema en energía interna, esta es una fuerza no conservativa.

Como ejemplo de la dependencia del trabajo con la trayectoria para una fuerza no conservativa, considere la figura 7.19. Suponga que desplaza un libro entre dos puntos sobre una mesa. Si el libro se desplaza en una línea recta a lo largo de la trayectoria azul entre los puntos Ⓐ y Ⓑ de la figura 7.19, realiza cierta cantidad de trabajo contra la fuerza de fricción cinética para mantener al libro móvil con una rapidez constante. Ahora, piense que empuja el libro a lo largo de la trayectoria semicircular café en la figura 7.19. Realiza más trabajo contra la fricción a lo largo de esta trayectoria curva que a lo largo de la trayectoria recta porque la trayectoria curva es más larga. El trabajo invertido en el libro depende de la trayectoria, así que la fuerza de fricción *no puede* ser conservativa.

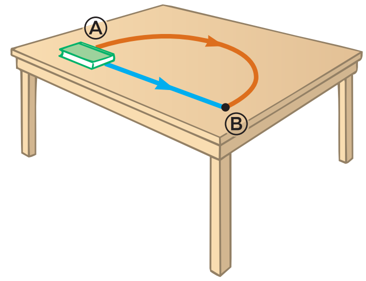


Figura 7.19 El trabajo invertido contra la fuerza de fricción cinética depende de la trayectoria tomada mientras el libro se traslada de Ⓐ a Ⓑ. El trabajo es mayor a lo largo de la trayectoria café que a lo largo de la trayectoria azul.

7.8 Correspondencia entre fuerzas conservativas y energía potencial

En la sección anterior se encontró que el trabajo consumido en un integrante de un sistema por una fuerza conservativa entre los integrantes del sistema no depende de la trayectoria seguida por el integrante en movimiento. El trabajo sólo depende de las coordenadas inicial y final. En consecuencia, se puede definir una **función de energía potencial** $\boldsymbol{U}$ tal que el trabajo invertido dentro del sistema por la fuerza conservativa sea igual a la disminución en la energía potencial del sistema. Conciba un sistema de partículas en el que la configuración cambia debido al movimiento de una partícula a lo largo del eje x. El trabajo realizado por una fuerza conservativa $\vec{\mathbf{F}}$ conforme una partícula se traslada a lo largo del eje x es[4]

$$W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx = -\Delta U \tag{7.25}$$

donde F_x es la componente de $\vec{\mathbf{F}}$ en la dirección del desplazamiento. Esto es: el trabajo invertido por una fuerza conservativa que actúa entre integrantes de un sistema es igual al negativo del cambio en la energía potencial del sistema asociado con dicha fuerza cuando cambia la configuración del sistema. La ecuación 7.25 también se puede expresar como

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx \tag{7.26}$$

[4] Para un desplazamiento general, el trabajo realizado en dos o tres dimensiones también es igual a $-\Delta U$, donde $U = U(x, y, z)$. Esta ecuación se escribe formalmente como $W_c = \int_i^f \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = U_i - U_f$.

En consecuencia, ΔU es negativa cuando F_x y dx están en la misma dirección, como cuando se baja un objeto en un campo gravitacional o cuando un resorte empuja un objeto hacia el equilibrio.

Con frecuencia es conveniente establecer alguna ubicación particular x_i de un integrante de un sistema como representativo de una configuración de referencia y medir todas las diferencias de energía potencial en relación con él. En tal caso es posible definir la función de energía potencial como

$$U_f(x) = -\int_{x_i}^{x_f} F_x\, dx + U_i \tag{7.27}$$

Frecuentemene el valor de U_i se considera cero para la configuración de referencia. No importa qué valor se asigne a U_i porque cualquier valor distinto de cero simplemente desplaza a $U_f(x)$ en una cantidad constante y sólo el *cambio* en energía potencial es físicamente significativo.

Si el punto de aplicación de la fuerza se somete a un desplazamiento infinitesimal dx, el cambio infinitesimal en la energía potencial del sistema dU se expresa como

$$dU = -F_x dx$$

Por lo tanto, la fuerza conservativa se relaciona con la función de energía potencial mediante la correspondencia[5]

Relación de fuerza entre integrantes de un sistema y la energía potencial del sistema

$$\boxed{F_x = -\frac{dU}{dx}} \tag{7.28}$$

Es decir, **la componente x de una fuerza conservativa que actúa sobre un objeto dentro de un sistema es igual a la derivada negativa de la energía potencial del sistema en relación con x.**

Es fácil comprobar la ecuación 7.28 para los dos ejemplos ya analizados. En el caso del resorte deformado, $U_s = \frac{1}{2}kx^2$; debido a eso,

$$F_s = -\frac{dU_s}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\tfrac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

que corresponde a la fuerza restauradora en el resorte (ley de Hooke). Ya que la función de energía potencial gravitacional es $U_g = mgy$, se sigue de la ecuación 7.28 que $F_g = -mg$ cuando deriva U_g respecto de y en lugar de x.

Ahora se ve que U es una función importante porque de ella se deduce una fuerza conservativa. A más de esto, la ecuación 7.28 pone en claro que sumar una constante a la energía potencial no es importante porque la derivada de una constante es cero.

Pregunta rápida 7.8 ¿Qué representa la pendiente de una gráfica de $U(x)$ en función de x? a) la magnitud de la fuerza sobre el objeto, b) el negativo de la magnitud de la fuerza sobre el objeto, c) la componente x de la fuerza sobre el objeto, d) el negativo de la componente x de la fuerza sobre el objeto.

[5] En tres dimensiones, la expresión es

$$\vec{\mathbf{F}} = -\frac{\partial U}{\partial x}\hat{\mathbf{i}} - \frac{\partial U}{\partial y}\hat{\mathbf{j}} - \frac{\partial U}{\partial z}\hat{\mathbf{k}}$$

donde $(\partial U/\partial x)$ y así sucesivamente son derivadas parciales. En el lenguaje del cálculo vectorial, $\vec{\mathbf{F}}$ es igual al negativo del *gradiente* de la cantidad escalar $U(x, y, z)$.

7.9 Diagramas de energía y equilibrio de un sistema

Con frecuencia el movimiento de un sistema se puede entender cualitativamente mediante una gráfica de su energía potencial en función de la posición de un integrante del sistema. Considere la función energía potencial para un sistema bloque–resorte, dada por $U_s = \frac{1}{2}kx^2$. Esta función se grafica en función de x en la figura 7.20a. La fuerza F_x que ejerce el resorte en el bloque se relaciona con U_s a través de la ecuación 7.28:

$$F_s = -\frac{dU_s}{dx} = -kx$$

Como se vio en la pregunta rápida 7.8, la componente x de la fuerza es igual al negativo de la pendiente de la curva U en función de x. Cuando el bloque se coloca en reposo en la posición de equilibrio del resorte ($x = 0$), donde $F_x = 0$, permanecerá ahí a menos que alguna fuerza externa F_{ext} actúe sobre él. Si esta fuerza externa estira el resorte desde el equilibrio, x es positivo y la pendiente dU/dx es positiva; debido a eso, la fuerza F_s que ejerce el resorte es negativa y el bloque acelera de regreso hacia $x = 0$ cuando se libera. Si la fuerza externa comprime el resorte, x es negativa y la pendiente es negativa; por lo tanto, F_s es positiva y una vez más la masa acelera hacia $x = 0$ al momento de liberarse.

A partir de este análisis, se concluye que la posición $x = 0$ para un sistema bloque–resorte es aquella de **equilibrio estable**. Es decir: cualquier movimiento que se aleje de esta posición da como resultado una fuerza que se dirige de regreso hacia $x = 0$. En general, **las configuraciones de un sistema en equilibrio estable corresponden a aquellas para las que $U(x)$ del sistema es un mínimo.**

Si el bloque en la figura 7.20 se mueve hacia una posición inicial $x_{\text{máx}}$ y en tal caso se libera del reposo, su energía total inicialmente es la energía potencial $\frac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2$ almacenada en el resorte. Conforme el bloque comienza a moverse, el sistema adquiere energía cinética y pierde energía potencial. El bloque oscila (se mueve hacia atrás y hacia adelante) entre los dos puntos $x = -x_{\text{máx}}$ y $x = +x_{\text{máx}}$, llamados *puntos de retorno*. De hecho, puesto que ninguna energía se transforma en energía interna debido a la fricción, el bloque oscila entre $-x_{\text{máx}}$ y $+x_{\text{máx}}$ por siempre. (Estas oscilaciones se discuten más en el capítulo 15.)

Otro sistema mecánico simple con una configuración de equilibrio estable es una bola que rueda en el fondo de un tazón. En cualquier momento la bola se desplaza de su posición más baja y tiende a regresar a dicha posición cuando se libera.

Ahora considere una partícula móvil a lo largo del eje x bajo la influencia de una fuerza conservativa F_x, donde la curva U con x es como la que se muestra en la figura 7.21. Nuevamente, $F_x = 0$ en $x = 0$, y por ende la partícula está en equilibrio en este punto. Sin embargo, esta posición es de **equilibrio inestable** por la explicación que sigue: suponga que la partícula se desplaza hacia la derecha ($x > 0$). Ya que la pendiente es negativa para $x > 0$, $F_x = -dU/dx$ es positiva y la partícula acelera alejándose de $x = 0$. Si en vez de ello la partícula está en $x = 0$ y se desplaza hacia la izquierda ($x < 0$), la fuerza es negativa porque la pendiente es positiva para $x < 0$ y la partícula de nuevo acelera alejándose de la posición de equilibrio. En esta situación la posición $x = 0$ es de equilibrio inestable porque, para cualquier desplazamiento a partir de este punto, la fuerza empuja la partícula más lejos del equilibrio y hacia una posición de menor energía potencial. Un lápiz que se equilibra sobre su punta está en una posición de equilibrio inestable. Si el lápiz se desplaza un poco de su posición absolutamente vertical y después se libera, es seguro que caerá. En general, **las configuraciones de un sistema en equilibrio inestable corresponden a aquellas para las que $U(x)$ del sistema es un máximo.**

Por último, una configuración llamada **equilibrio neutro** surge cuando U es constante en alguna región. Pequeños desplazamientos de un objeto desde una posición en esta región no producen fuerzas restauradoras ni perturbadoras. Una bola que yace sobre una superficie horizontal plana es un ejemplo de un objeto en equilibrio neutro.

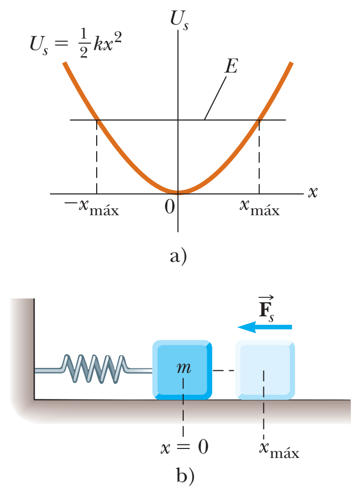


Figura 7.20 a) Energía potencial como función de x para el sistema bloque–resorte sin fricción que se muestra en b). El bloque oscila entre los puntos de retorno, que tienen las coordenadas $x = \pm x_{\text{máx}}$. Observe que la fuerza restauradora que ejerce el resorte siempre actúa hacia $x = 0$, la posición de equilibrio estable.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.11

Diagramas de energía

Un error común es pensar que la energía potencial en la gráfica de un diagrama de energía representa altura. Por ejemplo, no es el caso en la figura 7.20, donde el bloque sólo se mueve horizontalmente.

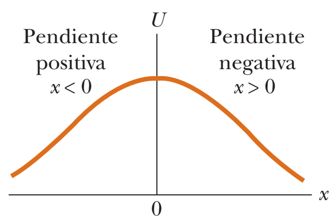


Figura 7.21 Gráfica de U con x para una partícula que tiene una posición de equilibrio inestable ubicada en $x = 0$. Para cualquier desplazamiento finito de la partícula, la fuerza sobre la partícula se dirige alejándose de $x = 0$.

EJEMPLO 7.9 Fuerza y energía a escala atómica

La energía potencial asociada con la fuerza entre dos átomos neutros en una molécula se representa mediante la función energía potencial de Lennard–Jones:

$$U(x) = 4\epsilon\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right]$$

donde x es la separación de los átomos. La función $U(x)$ contiene dos parámetros σ y ϵ que están determinados por los experimentos. Valores muestra para la interacción entre dos átomos en una molécula son $\sigma = 0.263$ nm y $\epsilon = 1.51 \times 10^{-22}$ J. Con una hoja de cálculo o herramienta similar, grafique esta función y encuentre la distancia más probable entre los dos átomos.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Los dos átomos en la molécula se identifican como un sistema. Respecto a nuestra interpretación de que existen moléculas estables, se espera encontrar equilibrio estable cuando los dos átomos estén separados por cierta distancia de equilibrio.

Categorizar Ya que existe una función energía potencial, la fuerza entre los átomos se clasifica como conservativa. Para una fuerza conservativa, la ecuación 7.28 describe la correspondencia entre la fuerza y la función energía potencial.

Analizar Existe equilibrio estable para una distancia de separación en que la energía potencial del sistema de dos átomos (la molécula) es un mínimo.

Tome la derivada de la función $U(x)$:

$$\frac{dU(x)}{dx} = 4\epsilon\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right] = 4\epsilon\left[\frac{-12\sigma^{12}}{x^{13}} + \frac{6\sigma^{6}}{x^{7}}\right]$$

Minimice la función $U(x)$ al hacer su derivada igual a cero:

$$4\epsilon\left[\frac{-12\sigma^{12}}{x_{\text{eq}}{}^{13}} + \frac{6\sigma^{6}}{x_{\text{eq}}{}^{7}}\right] = 0 \quad \rightarrow \quad x_{\text{eq}} = (2)^{1/6}\sigma$$

Evalúe x_{eq}, la separación de equilibrio de los dos átomos en la molécula:

$$x_{\text{eq}} = (2)^{1/6}\,(0.263 \text{ nm}) = \boxed{2.95 \times 10^{-10} \text{ m}}$$

Grafique la función de Lennard–Jones en ambos lados de este valor crítico para generar el diagrama de energía como se muestra en la figura 7.22.

Finalizar Note que $U(x)$ es extremadamente grande cuando los átomos están muy cerca uno del otro, es un mínimo cuando los átomos están en su separación crítica y después aumenta de nuevo conforme los átomos se separan. Cuando $U(x)$ es mínima, los átomos están en equilibrio estable, lo que indica que la separación más probable entre ellos se presenta en este punto.

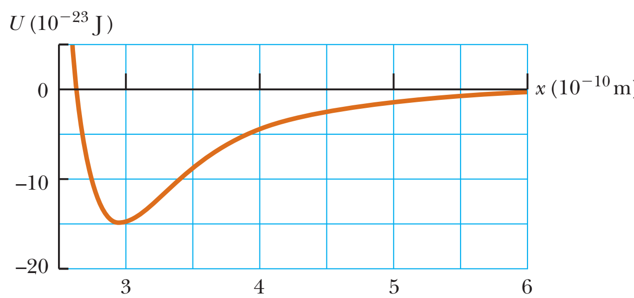


Figura 7.22 (Ejemplo 7.9) Curva de energía potencial asociada con una molécula. La distancia x es la separación entre los dos átomos que conforman la molécula.

Resumen

DEFINICIONES

Con mucha frecuencia, un **sistema** es una sola partícula, un conjunto de partículas o una región del espacio, y puede variar en tamaño y forma. La **frontera del sistema** separa al sistema del **medio ambiente.**

El **trabajo** W invertido en un sistema por un agente que ejerce una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ en el sistema es el producto de la magnitud Δr del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza y la componente $F \cos \theta$ de la fuerza a lo largo de la dirección del desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$:

$$W \equiv F \Delta r \cos \theta \qquad \textbf{(7.1)}$$

Si una fuerza variable realiza trabajo en una partícula conforme la partícula se traslada a lo largo del eje x desde x_i hasta x_f, el trabajo consumido por la fuerza en la partícula se proporciona por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx \qquad \textbf{(7.7)}$$

donde F_x es la componente de fuerza en la dirección x.

El **producto escalar** (producto punto) de dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se define mediante la correspondencia

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} \equiv AB \cos \theta \qquad \textbf{(7.2)}$$

donde el resultado es una cantidad escalar y θ es el ángulo entre los dos vectores. El producto escalar obedece a las leyes conmutativa y distributiva.

La **energía cinética** de una partícula de masa m que se mueve con una rapidez v es

$$K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad \textbf{(7.16)}$$

Si una partícula de masa m está a una distancia y sobre la superficie de la Tierra, la **energía potencial gravitacional** del sistema partícula-Tierra es

$$U_g \equiv mgy \qquad \textbf{(7.19)}$$

La **energía potencial elástica** almacenada en un resorte con constante de fuerza k es

$$U_s \equiv \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \textbf{(7.22)}$$

Una fuerza es **conservativa** si el trabajo que realiza en una partícula que es integrante del sistema, conforme la partícula se mueve entre dos puntos, es independiente de la trayectoria que sigue la partícula entre los dos puntos. Además, una fuerza es conservativa si el trabajo que realiza sobre una partícula es cero cuando la partícula se mueve a través de una trayectoria cerrada arbitraria y regresa a su posición inicial. Una fuerza que no satisface estos criterios se dice que es **no conservativa**.

La **energía mecánica total de un sistema** se define como la suma de la energía cinética y la energía potencial:

$$E_{\text{mec}} \equiv K + U \qquad \textbf{(7.24)}$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

El **teorema trabajo–energía cinética** establece que, si una fuerza externa invierte trabajo en un sistema, y el único cambio en el sistema es en su rapidez,

$$W_{\text{neto}} = K_f - K_i = \Delta K = \tfrac{1}{2}mv_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}mv_i^{\,2} \qquad \textbf{(7.15, 7.17)}$$

Una **función de energía potencial** U se asocia sólo con una fuerza conservativa. Si una fuerza conservativa $\vec{\mathbf{F}}$ actúa entre integrantes de un sistema mientras un integrante se mueve a lo largo del eje x de x_i a x_f, el cambio en la energía potencial del sistema es igual al negativo del trabajo invertido por dicha fuerza:

$$U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx \qquad \textbf{(7.26)}$$

Los sistemas están en tres clases de configuraciones de equilibrio cuando la fuerza neta en un integrante del sistema es cero. Las configuraciones de **equilibrio estable** corresponden cuando $U(x)$ es un mínimo. Las configuraciones de **equilibrio inestable** corresponden cuando $U(x)$ es un máximo. El **equilibrio neutro** surge cuando U es constante mientras un integrante del sistema se mueve en alguna región.

Preguntas

O Indica pregunta complementaria.

1. Discuta si algún trabajo se invierte por cada uno de los siguientes agentes y, si es así, si el trabajo es positivo o negativo: a) un pollo que rasca la tierra, b) una persona que estudia, c) una grúa que levanta una cubeta de concreto, d) la fuerza gravitacional sobre la cubeta del inciso c), e) los músculos de la pierna de una persona en el acto de sentarse.

2. Cite dos ejemplos en los que se ejerza una fuerza sobre un objeto sin realizar trabajo alguno sobre el objeto.

3. Cuando un péndulo oscila hacia atrás y hacia adelante, las fuerzas que actúan sobre el objeto suspendido son la fuerza gravitacional, la tensión en la cuerda de soporte y la resistencia del aire. a) ¿Cuál de estas fuerzas, si alguna, no realiza trabajo en el péndulo? b) ¿Cuál de estas fuerzas realiza trabajo negativo en todo momento durante su movimiento? c) Describa el trabajo que invierte la fuerza gravitacional mientras el péndulo oscila.

4. **O** Sea $\hat{\mathbf{N}}$ que representa la dirección horizontal al norte, $\widehat{\mathbf{NE}}$ que representa el noreste (la mitad entre norte y este), $\widehat{\mathbf{up}}$ representa la dirección vertical hacia arriba, etcétera. Cada especificación de dirección se considera como un vector unitario. Clasifique de mayor a menor los siguientes productos punto. Observe que cero es mayor que un número negativo. Si dos cantidades son iguales, muestre ese hecho en su clasificación. a) $\hat{\mathbf{N}}\cdot\hat{\mathbf{N}}$, b) $\hat{\mathbf{N}}\cdot\widehat{\mathbf{NE}}$, c) $\hat{\mathbf{N}}\cdot\hat{\mathbf{S}}$, d) $\hat{\mathbf{N}}\cdot\hat{\mathbf{E}}$, e) $\hat{\mathbf{N}}\cdot\widehat{\mathbf{up}}$, f) $\hat{\mathbf{E}}\cdot\hat{\mathbf{E}}$, g) $\widehat{\mathbf{SE}}\cdot\hat{\mathbf{S}}$, h) $\widehat{\mathbf{up}}\cdot\widehat{\mathbf{down}}$.

5. ¿Para qué valores del ángulo θ entre dos vectores su producto escalar es a) positivo y b) negativo?

6. **O** La figura 7.9a muestra un resorte ligero extendido que ejerce una fuerza F_s hacia la izquierda sobre el bloque. **i)** ¿El bloque ejerce una fuerza sobre el resorte? Elija toda respuesta correcta. a) No, no lo hace. b) Sí, hacia la izquierda. c) Sí, hacia la derecha. d) Su magnitud es mayor que F_s. e) Su magnitud es igual a F_s. f) Su magnitud es menor que F_s. **ii)** ¿El resorte ejerce una fuerza sobre la pared? Elija toda respuesta correcta de la misma lista, de a) a f).

7. Cierto resorte uniforme tiene constante de resorte k. Ahora el resorte se corta a la mitad. ¿Cuál es la relación entre k y la constante de resorte k' de cada resorte más pequeño resultante? Explique su razonamiento.

8. ¿La energía cinética puede ser negativa? Explique.

9. Discuta el trabajo invertido por un pitcher que lanza una pelota de beisbol. ¿Cuál es la distancia aproximada a través de la cual actúa la fuerza mientras se lanza la pelota?

10. **O** La bala 2 tiene el doble de masa que la bala 1. Ambas se disparan de modo que tienen la misma rapidez. La energía cinética de la bala 1 es K. La energía cinética de la bala 2 es a) $0.25K$, b) $0.5K$, c) $0.71K$, d) K, e) $2K$, f) $4K$.

11. **O** Si la rapidez de una partícula se duplica, ¿qué ocurre con su energía cinética? a) Se vuelve cuatro veces mayor. b) Se vuelve dos veces mayor. c) Se vuelve $\sqrt{2}$ veces mayor. d) No cambia. e) Se vuelve la mitad.

12. Un estudiante tiene la idea de que el trabajo total invertido en un objeto es igual a su energía cinética final. ¿Este enunciado es cierto siempre, a veces o nunca? Si a veces es cierto, ¿bajo qué circunstancias? Si es siempre o nunca, explique por qué.

13. ¿Una fuerza normal puede realizar trabajo? Si no, ¿por qué no? Si sí, dé un ejemplo.

14. **O** ¿Qué se puede decir acerca de la rapidez de una partícula si el trabajo neto realizado sobre ella es cero? a) Es cero. b) Disminuye. c) No cambia. d) No se puede extraer una conclusión.

15. **O** Un carro se pone a rodar a través de una mesa a nivel, con la misma rapidez en cada pista. Si corre en un tramo de arena, el carro ejerce sobre la arena una fuerza horizontal promedio de 6 N y recorre una distancia de 6 cm a través de la arena conforme llega al reposo. **i)** Si en vez de ello el carro corre en un tramo de grava sobre la que ejerce una fuerza horizontal promedio de 9 N, ¿cuánto recorrerá el carro en la grava hasta detenerse? Elija una respuesta. a) 9 cm, b) 6 cm, c) 4 cm, d) 3 cm, e) ninguna de estas respuestas. **ii)** Si en vez de ello el carro corre en un tramo de harina, rueda 18 cm antes de detenerse. ¿Cuál es la magnitud promedio de la fuerza horizontal que el carro ejerce sobre la harina? a) 2 N, b) 3 N, c) 6 N, d) 18 N, e) ninguna de estas respuestas. **iii)** Si en vez de ello el carro corre sin obstáculo alguno, ¿cuánto recorrerá? a) 6 cm, b) 18 cm, c) 36 cm, d) una distancia infinita.

16. La energía cinética de un objeto depende del marco de referencia en el que se observa su movimiento. Dé un ejemplo para ilustrar este punto.

17. **O** Para estirar 10 cm desde su longitud sin deformar, se requieren 4 J para un resorte que se describe mediante la ley de Hooke. ¿Cuánto trabajo adicional se requiere para estirar el resorte 10 cm adicionales? Elija una: a) ninguna, b) 2 J, c) 4 J, d) 8 J, e) 12 J, f) 16 J.

18. Si sólo una fuerza externa actúa sobre una partícula, ¿necesariamente cambia la a) energía cinética de la partícula? b) ¿Su velocidad?

19. **O i)** Clasifique las aceleraciones gravitacionales que mediría para a) un objeto de 2 kg a 5 cm arriba del suelo, b) un objeto de 2 kg a 120 cm sobre el suelo, c) un objeto de 3 kg a 120 cm sobre el suelo y d) un objeto de 3 kg a 80 cm sobre el suelo. Mencione primero el que tiene aceleración con mayor magnitud. Si dos son iguales, muestre su igualdad en la lista. **ii)** Clasifique las fuerzas gravitacionales sobre los mismos cuatro objetos, primero la mayor magnitud. **iii)** Clasifique las energías potenciales gravitacionales (del sistema objeto–Tierra) para los mismos cuatro objetos, primero la mayor, y considere $y = 0$ en el suelo.

20. Se le encomienda regresar a sus anaqueles los libros de una biblioteca. Levante un libro del suelo hasta el anaquel superior. La energía cinética del libro sobre el suelo fue cero y la energía cinética del libro en el anaquel superior es cero, así que no ocurre cambio en la energía cinética aunque usted hizo algo de trabajo en levantar el libro. ¿Se violó el teorema trabajo–energía cinética?

21. Los músculos del cuerpo ejercen fuerzas cuando se levanta, empuja, corre, salta, etcétera. ¿Estas fuerzas son conservativas?

22. ¿Qué forma tendría la gráfica de U con x si una partícula estuviese en una región de equilibrio neutro?

23. **O** A un cubo de hielo se le da un empujón y se desliza sin fricción sobre una mesa a nivel. ¿Qué es correcto? a) Está en equilibrio estable. b) Está en equilibrio inestable. c) Está en equilibrio neutro. d) No está en equilibrio.

24. Para limpiarlas, usted quita todas las teclas removibles de un teclado de computadora. Cada tecla tiene la forma de una pequeña caja con un lado abierto. Por accidente, tira las teclas en el suelo. Explique por qué muchas más de ellas aterrizan con el lado de la letra hacia abajo que con el lado abierto.

25. ¿Quién estableció por primera vez el teorema trabajo–energía cinética? ¿Quién demostró que es útil al resolver muchos problemas prácticos? Realice una investigación para responder estas preguntas.

Problemas

Sección 7.2 Trabajo invertido por una fuerza constante

1. Un bloque de 2.50 kg de masa se empuja 2.20 m a lo largo de una mesa horizontal sin fricción por una fuerza constante de 16.0 N dirigida 25.0° debajo de la horizontal. Determine el trabajo invertido sobre el bloque por a) la fuerza aplicada, b) la fuerza normal que ejerce la mesa y c) la fuerza gravitacional. d) Determine el trabajo neto invertido en el bloque.

2. Una gota de lluvia de 3.35×10^{-5} kg de masa cae verticalmente con rapidez constante bajo la influencia de la gravedad y la resistencia del aire. Modele la gota como partícula. Mientras cae 100 m, ¿cuál es el trabajo consumido en la gota a) por la fuerza gravitacional y b) por la resistencia del aire?

3. Batman, cuya masa es de 80.0 kg, está colgado en el extremo libre de una soga de 12.0 m, el otro extremo está fijo de la rama de un árbol arriba de él. Al flexionar repetidamente la cintura, hace que la soga se ponga en movimiento, y eventualmente la hace balancear lo suficiente para que pueda llegar a una repisa cuando la soga forma un ángulo de 60.0° con la vertical. ¿Cuánto trabajo invirtió la fuerza gravitacional en Batman en esta maniobra?

4. ● El objeto 1 empuja sobre el objeto 2 mientras se mueven juntos, como un buldózer que empuja una piedra. Suponga que el objeto 1 realiza 15.0 J de trabajo sobre el objeto 2. ¿El objeto 2 realiza trabajo sobre el objeto 1? Explique su respuesta. Si es posible, determine cuánto trabajo y explique su razonamiento.

Sección 7.3 Producto escalar de dos vectores

5. Para dos vectores cualesquiera $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$, demuestre que $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$. *Sugerencia:* Escriba $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ en forma de vectores unitarios y aplique las ecuaciones 7.4 y 7.5.

6. El vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene una magnitud de 5.00 unidades y $\vec{\mathbf{B}}$ tiene una magnitud de 9.00 unidades. Los dos vectores forman un ángulo de 50.0° uno con el otro. Hallar $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$.

Nota: En los problemas del 7 al 10, calcule respuestas numéricas a tres cifras significativas, como siempre.

7. Una fuerza $\vec{\mathbf{F}} = (6\hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}})$ actúa en una partícula que experimenta un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}} = (3\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}})$ m. Hallar a) el trabajo invertido por la fuerza en la partícula y b) el ángulo entre $\vec{\mathbf{F}}$ y $\Delta\vec{\mathbf{r}}$.

8. Encuentre el producto escalar de los vectores en la figura P7.8.

9. Con la definición del producto escalar, encuentre los ángulos entre los siguientes: a) $\vec{\mathbf{A}} = 3\hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = 4\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}}$, b) $\vec{\mathbf{A}} = -2\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = 3\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}$, c) $\vec{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = 3\hat{\mathbf{j}} + 4\hat{\mathbf{k}}$.

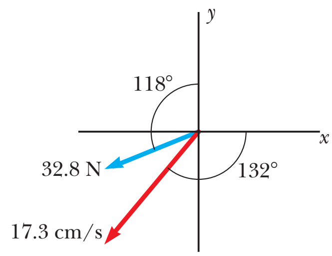


Figura P7.8

10. Para los vectores $\vec{\mathbf{A}} = 3\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{B}} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + 5\hat{\mathbf{k}}$ y $\vec{\mathbf{C}} = 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{k}}$, encuentre $\vec{\mathbf{C}} \cdot (\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}})$.

11. Sea $\vec{\mathbf{B}} = 5.00$ m a 60.0°. Sea $\vec{\mathbf{C}}$ que tiene la misma magnitud que $\vec{\mathbf{A}}$ y un ángulo de dirección mayor que el de $\vec{\mathbf{A}}$ en 25.0°. Sea $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 30.0\ \text{m}^2$ y $\vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{C}} = 35.0\ \text{m}^2$. Encuentre $\vec{\mathbf{A}}$.

Sección 7.4 Trabajo consumido por una fuerza variable

12. La fuerza que actúa en una partícula es $F_x = (8x - 16)$ N, donde x está en metros. a) Grafique esta fuerza con x desde $x = 0$ hasta $x = 3.00$ m. b) A partir de su gráfica, encuentre el trabajo neto realizado por esta fuerza sobre la partícula conforme se traslada de $x = 0$ a $x = 3.00$ m.

13. La fuerza que actúa sobre una partícula varía como se muestra en la figura P7.13. Encuentre el trabajo invertido por la fuerza en la partícula conforme se mueve a) de $x = 0$ a $x = 8.00$ m, b) de $x = 8.00$ m a $x = 10.0$ m, y c) de $x = 0$ a $x = 10.0$ m.

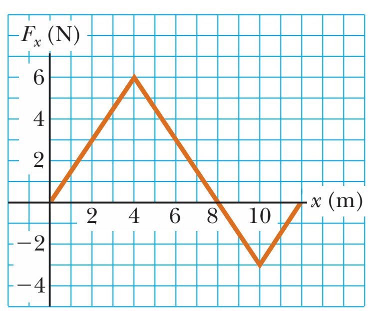


Figura P7.13

14. Una fuerza $\vec{\mathbf{F}} = (4x\,\hat{\mathbf{i}} + 3y\,\hat{\mathbf{j}})$ N actúa sobre un objeto mientras el objeto se mueve en la dirección x desde el origen hasta $x = 5.00$ m. Encuentre el trabajo $W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$ invertido por la fuerza sobre el objeto.

15. Una partícula se somete a una fuerza F_x que varía con la posición, como se muestra en la figura P7.15. Encuentre el trabajo invertido por la fuerza en la partícula mientras se mueve a) de $x = 0$ a $x = 5.00$ m, b) de $x = 5.00$ a $x = 10.0$ m, y c) de $x = 10.0$ m a $x = 15.0$ m. d) ¿Cuál es el trabajo total invertido por la fuerza sobre la distancia $x = 0$ a $x = 15.0$ m?

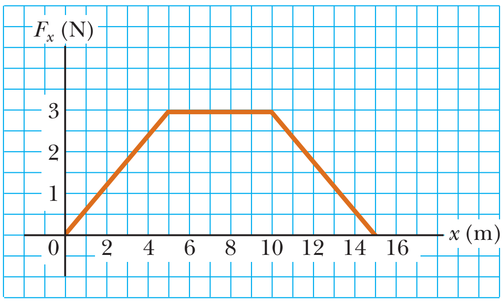


Figura P7.15 Problemas 15 y 32.

16. Un arquero jala hacia atrás la cuerda de su arco 0.400 m al ejercer una fuerza que aumenta uniformemente de cero a 230 N. a) ¿Cuál es la constante de resorte equivalente del arco? b) ¿Cuánto trabajo realiza el arquero al estirar su arco?

17. Cuando un objeto de 4.00 kg cuelga verticalmente en cierto resorte ligero descrito por la ley de Hooke, el resorte se estira 2.50 cm. Si se quita el objeto de 4.00 kg, a) ¿cuánto se estirará el resorte si se le cuelga un objeto de 1.50 kg? b) ¿Cuánto trabajo debe realizar un agente externo para estirar el mismo resorte 4.00 cm desde su posición sin estirar?

18. La ley de Hooke describe cierto resorte ligero de 35.0 cm de longitud sin estirar. Cuando un extremo se une a la parte superior de un marco de puerta y del otro extremo se cuelga un objeto de 7.50 kg, la longitud del resorte es 41.5 cm. a) Encuentre su constante de resorte. b) La carga y el resorte se desmontan. Dos personas jalan en direcciones opuestas en los extremos del resorte, cada una con una fuerza de 190 N. Encuentre la longitud del resorte en esta situación.

19. En un sistema de control, un acelerómetro consiste de un objeto de 4.70 g que se desliza sobre un riel horizontal. Un resorte de masa pequeña une al objeto a una pestaña en un extremo del riel. La grasa en el riel hace despreciable la fricción estática, pero amortigua rápidamente las vibraciones del objeto deslizante. Cuando el acelerómetro se mueve con una aceleración estable de $0.800g$, el objeto llega a una posición 0.500 cm de su posición de equilibrio. Encuentre la constante de fuerza requerida para el resorte.

20. Un resorte ligero, con constante de fuerza 3.85 N/m, se comprime 8.00 cm mientras se mantiene entre un bloque de 0.250 kg a la izquierda y un bloque de 0.500 kg a la derecha, ambos en reposo sobre una superficie horizontal. El resorte ejerce una fuerza en cada bloque, y tiende a separarlos. Los bloques se sueltan simultáneamente desde el reposo. Encuentre la aceleración con la que cada bloque comienza a moverse, dado que el coeficiente de fricción cinética entre cada bloque y la superficie es a) 0, b) 0.100 y c) 0.462.

21. Un vagón de 6 000 kg rueda a lo largo de la vía con fricción despreciable. El vagón se lleva al reposo mediante una combinación de dos resortes en espiral, como se ilustra en la figura P7.21. Ambos resortes se describen mediante la ley de Hooke con $k_1 = 1\,600$ N/m y $k_2 = 3\,400$ N/m. Después de que el primer resorte se comprime una distancia de 30.0 cm, el segundo resorte actúa con el primero para aumentar la fuerza mientras se presenta una compresión adicional como se muestra en la gráfica. El vagón llega al reposo 50.0 cm después de que hace el primer contacto con el sistema de dos resortes. Encuentre la rapidez inicial del vagón.

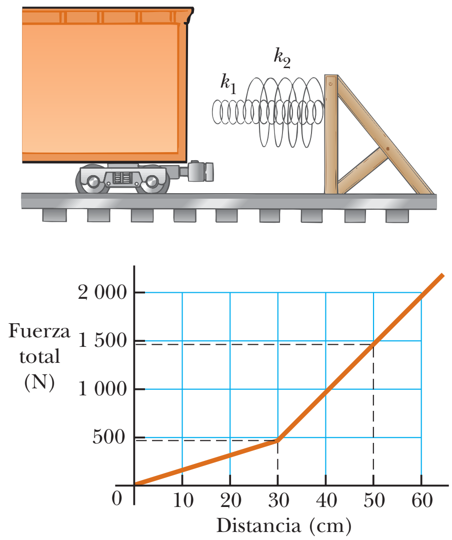


Figura P7.21

22. Se dispara una bala de 100 g de un rifle que tiene un cañón de 0.600 m de largo. Elija el origen como la ubicación donde la bala comienza a moverse. En tal caso la fuerza (en newtons) que ejercen sobre la bala los gases en expansión es $15\,000 + 10\,000x - 25\,000x^2$, donde x está en metros. a) Determine el trabajo invertido por el gas en la bala conforme la bala recorre la longitud del cañón. b) **¿Qué pasaría si?** Si el cañón mide 1.00 m de largo, ¿cuánto trabajo se consume y cómo se compara este valor con el trabajo calculado en el inciso a)?

23. Un resorte ligero, con constante de resorte 1 200 N/m, cuelga de un soporte elevado. De su extremo inferior cuelga un segundo resorte ligero, que tiene constante de resorte 1 800 N/m. Un objeto de 1.50 kg de masa cuelga en reposo del extremo inferior del segundo resorte. a) Encuentre la distancia de extensión total del par de resortes. b) Encuentre la constante de resorte efectiva del par de resortes como sistema. Describa estos resortes como *en serie*.

24. Un resorte ligero, con constante de resorte k_1, cuelga de un soporte elevado. De su extremo inferior cuelga un segundo resorte ligero, que tiene constante de resorte k_2. Un objeto de masa m cuelga en reposo del extremo inferior del segundo resorte. a) Encuentre la distancia de extensión total del par de resortes. b) Encuentre la constante de resorte efectiva del par de resortes como sistema. Describa estos resortes como *en serie*.

25. Una partícula pequeña de masa m se jala hacia lo alto de un medio cilindro sin fricción (de radio R) mediante una cuerda que pasa sobre lo alto del cilindro, como se ilustra en la figura P7.25. a) Si supone que la partícula se mueve con rapidez constante, demuestre que $F = mg\cos\theta$. *Nota:* Si la partícula se mueve con rapidez constante, la componente de su aceleración tangente al cilindro debe ser cero en todo momento. b) Mediante integración directa de $W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$, encuentre el trabajo invertido al mover la partícula con rapidez constante desde el fondo hasta lo alto del medio cilindro.

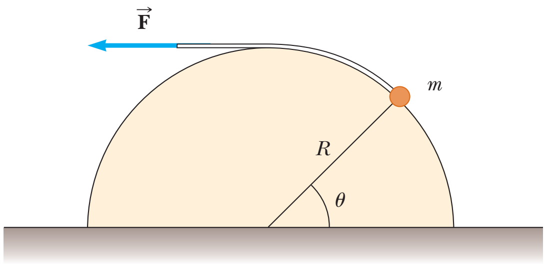


Figura P7.25

26. Exprese las unidades de la constante de fuerza de un resorte en unidades fundamentales del SI.

27. **Problema de repaso.** La gráfica de la figura P7.27 especifica una correspondencia funcional entre las dos variables u y v. a) Encuentre $\int_a^b u\,dv$. b) Encuentre $\int_b^a u\,dv$. c) Encuentre $\int_a^b v\,du$.

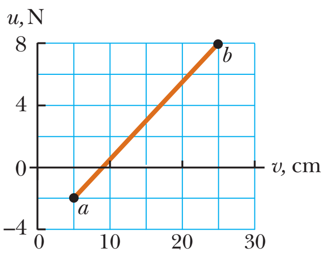


Figura P7.27

28. Un dispensador de charolas en una cafetería sostiene una pila de charolas sobre un anaquel que cuelga de cuatro resortes en espiral idénticos bajo tensión, uno cerca de cada esquina del anaquel. Cada charola es rectangular, de 45.3 cm por 35.6 cm, 0.450 cm de grosor y 580 g de masa. Demuestre que la charola superior en la pila siempre está a la misma altura sobre el piso, aunque haya muchas charolas en el dispensador. Encuentre la constante de resorte que cada uno debe tener para que el dispensador funcione en esta forma conveniente. ¿Alguna parte de la información es innecesaria para esta determinación?

Sección 7.5 Energía cinética y el teorema trabajo–energía cinética

29. Una partícula de 0.600 kg tiene una rapidez de 2.00 m/s en el punto Ⓐ y energía cinética de 7.50 J en el punto Ⓑ. ¿Cuáles son a) su energía cinética en Ⓐ, b) su rapidez en Ⓑ y c) el trabajo neto invertido en la partícula conforme se mueve de Ⓐ a Ⓑ?

30. Una bola de 0.300 kg tiene una rapidez de 15.0 m/s. a) ¿Cuál es su energía cinética? b) **¿Qué pasaría si?** Si su rapidez se duplica, ¿cuál sería su energía cinética?

31. Un objeto de 3.00 kg tiene una velocidad de $(6.00\,\hat{\mathbf{i}} - 2.00\,\hat{\mathbf{j}})$ m/s. a) ¿Cuál es su energía cinética en este momento? b) ¿Cuál es el trabajo neto invertido en el objeto si su velocidad cambia a $(8.00\,\hat{\mathbf{i}} + 4.00\,\hat{\mathbf{j}})$ m/s? *Nota:* De la definición del producto punto, $v^2 = \vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{v}}$.

32. Una partícula de 4.00 kg se somete a una fuerza neta que varía con la posición, como se muestra en la figura P7.15. La partícula comienza a moverse en $x = 0$, muy cerca del reposo. ¿Cuál es su rapidez en a) $x = 5.00$ m, b) $x = 10.0$ m y c) $x = 15.0$ m?

33. Un martinete de 2 100 kg se usa para enterrar una viga I de acero en la tierra. El martinete cae 5.00 m antes de quedar en contacto con la parte superior de la viga. Después clava la viga 12.0 cm más en el suelo mientras llega al reposo. Aplicando consideraciones de energía, calcule la fuerza promedio que la viga ejerce sobre el martinete mientras éste llega al reposo.

34. ● Un carro de 300 g rueda a lo largo de una pista recta con velocidad de $0.600\,\hat{\mathbf{i}}$ m/s en $x = 0$. Un estudiante sostiene un imán enfrente del carro para temporalmente jalar hacia adelante sobre él, en seguida el carro se desplaza hacia un montículo de arena que se convierte en una pequeña pila. Estos efectos se representan cuantitativamente mediante la gráfica de la componente x de la fuerza neta sobre el carro como una función de la posición, en la figura P7.34. a) ¿El carro rodará todo el camino hasta la pila de arena? Explique cómo puede decirlo. b) Si es así, encuentre la rapidez a la que sale en $x = 7.00$ cm. Si no, ¿qué máxima coordenada x alcanza?

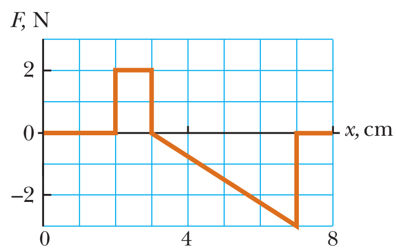


Figura P7.34

35. ● Se puede considerar al teorema trabajo–energía cinética como una segunda teoría de movimiento, paralela a las leyes de Newton, en cuanto que describe cómo las influencias externas afectan el movimiento de un objeto. En este problema, resuelva los incisos a) y b) por separado de los incisos c) y d), de modo que pueda comparar las predicciones de las dos teorías. En un cañón de rifle, una bala de 15.0 g acelera desde el reposo a una rapidez de 780 m/s. a) Encuentre el trabajo que se invierte en la bala. b) Si supone que el cañón del rifle mide 72.0 cm de largo, encuentre la magnitud de la fuerza neta promedio que actúa sobre él, como $\Sigma F = W/(\Delta r \cos \theta)$. c) Encuentre la aceleración constante de una bala que parte del reposo y gana una rapidez de 780 m/s en una distancia de 72.0 cm. d) Si supone ahora que la bala tiene 15.0 g de masa, encuentre la fuerza neta que actúa sobre ésta como $\Sigma F = ma$. e) ¿Qué conclusión puede extraer al comparar sus resultados?

36. En el cuello de la pantalla de cierto televisor blanco y negro, un cañón de electrones contiene dos placas metálicas cargadas, separadas 2.80 cm. Una fuerza eléctrica acelera cada electrón en el haz desde el reposo hasta 9.60% de la rapidez de la luz sobre esta distancia. a) Determine la energía cinética del electrón mientras deja el cañón de electrones. Los electrones portan esta energía a un material fosforescente en la superficie interior de la pantalla del televisor y lo hacen brillar. Para un electrón que pasa entre las placas en el cañón de electrones, determine, b) la magnitud de la fuerza eléctrica constante que actúa sobre el electrón, c) la aceleración y d) el tiempo de vuelo.

Sección 7.6 Energía potencial de un sistema

37. Un carro de montaña rusa, de 1 000 kg, inicialmente está en lo alto de un bucle, en el punto Ⓐ. Luego se mueve 135 pies a un ángulo de 40.0° bajo la horizontal, hacia un punto inferior Ⓑ. a) Elija el carro en el punto Ⓑ como la configuración cero para energía potencial gravitacional del sistema montaña rusa-

Tierra. Hallar la energía potencial del sistema cuando el carro está en los puntos Ⓐ y Ⓑ y el cambio en energía potencial conforme se mueve el carro. b) Repita el inciso a), pero haga la configuración cero con el carro en el punto Ⓐ.

38. Un niño de 400 N está en un columpio unido a cuerdas de 2.00 m de largo. Encuentre la energía potencial gravitacional del sistema niño–Tierra en relación con la posición más baja del niño cuando a) las cuerdas están horizontales, b) las cuerdas forman un ángulo de 30.0° con la vertical y c) el niño está en el fondo del arco circular.

Sección 7.7 Fuerzas conservativas y no conservativas

39. ● Una partícula de 4.00 kg se mueve desde el origen a la posición *C*, que tiene coordenadas $x = 5.00$ m y $y = 5.00$ m (figura P7.39). Una fuerza en la partícula es la fuerza gravitacional que actúa en la dirección *y* negativa. Con la ecuación 7.3, calcule el trabajo invertido por la fuerza gravitacional en la partícula conforme va de *O* a *C* a lo largo de a) *OAC*, b) *OBC* y c) *OC*. Sus resultados deben ser idénticos. ¿Por qué?

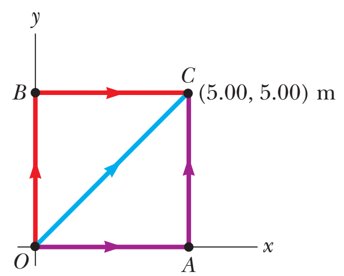


Figura P7.39 Problemas del 39 al 42.

40. a) Suponga que una fuerza constante actúa en un objeto. La fuerza no varía con el tiempo o con la posición o la velocidad del objeto. Comience con la definición general del trabajo invertido por una fuerza

$$W = \int_i^f \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

y demuestre que la fuerza es conservativa. b) Como caso especial, suponga que la fuerza $\vec{\mathbf{F}} = (3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})$ N actúa en una partícula que se mueve de *O* a *C* en la figura P7.39. Calcule el trabajo invertido por $\vec{\mathbf{F}}$ en la partícula conforme se mueve a lo largo de cada una de las tres trayectorias *OAC*, *OBC* y *OC*. Compruebe que sus tres respuestas son idénticas.

41. ● Una fuerza que actúa en una partícula móvil en el plano *xy* se conoce por $\vec{\mathbf{F}} = (2y\hat{\mathbf{i}} + x^2\hat{\mathbf{j}})$ N, donde *x* y *y* están en metros. Las partículas se mueven desde la posición original a la final en las coordenadas $x = 5.00$ m y $y = 5.00$ m como se muestra en la figura P7.39. Calcule el trabajo invertido por $\vec{\mathbf{F}}$ en la partícula cuando ésta se mueve a lo largo de a) *OAC*, b) *OBC* y c) *OC*. d) $\vec{\mathbf{F}}$ es conservativa o no conservativa.

42. ● Una partícula se mueve en el plano *xy* en la figura P7.39 bajo la influencia de una fuerza de fricción con 3.00 N de magnitud y actúa en dirección opuesta al desplazamiento de la partícula. Calcule el trabajo invertido por la fuerza de fricción en la partícula conforme se mueve a lo largo de las siguientes trayectorias cerradas: a) la trayectoria *OA* seguida por la trayectoria de regreso *AO*, b) la trayectoria *OA* seguida por *AC* y la trayectoria de regreso *CO*, y c) la trayectoria *OC* seguida por la trayectoria de regreso *CO*. d) Cada una de las tres respuestas es distinta de cero. ¿Cuál es el significado de esta observación?

Sección 7.8 Correspondencia entre fuerzas conservativas y energía potencial

43. Una sola fuerza conservativa actúa sobre una partícula de 5.00 kg. La ecuación $F_x = (2x + 4)$ N describe la fuerza, donde *x* está en metros. Conforme la partícula se mueve a lo largo del eje *x*, de $x = 1.00$ m a $x = 5.00$ m, calcule a) el trabajo invertido por esta fuerza en la partícula, b) el cambio en la energía potencial del sistema y c) la energía cinética que tiene la partícula en $x = 5.00$ m si su rapidez es 3.00 m/s en $x = 1.00$ m.

44. Una sola fuerza conservativa que actúa en una partícula varía como $\vec{\mathbf{F}} = (-Ax + Bx^2)\ \hat{\mathbf{i}}$ N, donde *A* y *B* son constantes y *x* está en metros. a) Calcule la función energía potencial $U(x)$ asociada con esta fuerza, y tome $U = 0$ en $x = 0$. b) Encuentre el cambio de energía potencial y el cambio de energía cinética del sistema conforme la partícula se traslada de $x = 2.00$ m a $x = 3.00$ m.

45. La energía potencial de un sistema de dos partículas separadas por una distancia *r* se conoce por $U(r) = A/r$, donde *A* es una constante. Encuentre la fuerza radial $\vec{\mathbf{F}}$ que cada partícula ejerce sobre la otra.

46. Una función energía potencial para una fuerza en dos dimensiones es de la forma $U = 3x^3y - 7x$. Encuentre la fuerza que actúa en el punto (x, y).

Sección 7.9 Diagramas de energía y equilibrio de un sistema

47. Para la curva energía potencial que se muestra en la figura P7.47, a) determine si la fuerza F_x es positiva, negativa o cero en los cinco puntos indicados. b) Señale los puntos de equilibrio estable, inestable y neutro. c) Bosqueje la curva para F_x con *x* desde $x = 0$ hasta $x = 9.5$ m.

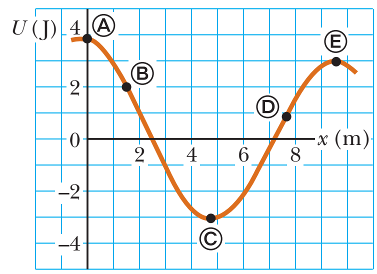


Figura P7.47

48. Un cono circular recto se puede equilibrar sobre una superficie horizontal en tres diferentes formas. Bosqueje estas tres configuraciones de equilibrio e identifíquelas como posiciones de equilibrio estable, inestable o neutro.

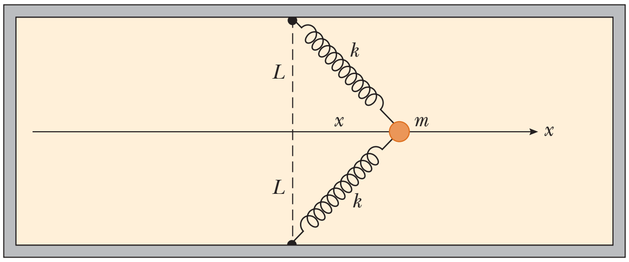
49. Una partícula de 1.18 kg de masa se une entre dos resortes idénticos en una mesa horizontal sin fricción. Ambos resortes tienen constante de resorte *k* e inicialmente no están estirados. a) La partícula se jala una distancia *x* a lo largo de una dirección perpendicular a la configuración inicial de los resortes, como se muestra en la figura P7.49. Demuestre que la fuerza ejercida por los resortes sobre la partícula es

$$\vec{\mathbf{F}} = -2kx\left(1 - \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}}\right)\hat{\mathbf{i}}$$

b) Demuestre que la energía potencial del sistema es

$$U(x) = kx^2 + 2kL\left(L - \sqrt{x^2 + L^2}\right)$$

c) Elabore una gráfica de $U(x)$ en función de x e identifique todos los puntos de equilibrio. Suponga $L = 1.20$ m y $k = 40.0$ N/m. d) Si la partícula se jala 0.500 m hacia la derecha y después se libera, ¿cuál es su rapidez cuando llega al punto de equilibrio $x = 0$?



Vista superior

Figura P7.49

Problemas adicionales

50. Una bolita en el fondo de un tazón es un ejemplo de un objeto en posición de equilibrio estable. Cuando un sistema físico se desplaza en una cantidad x desde equilibrio estable, sobre él actúa una fuerza restauradora, que tiende a regresar al sistema su configuración de equilibrio. La magnitud de la fuerza restauradora puede ser una función complicada de x. Por ejemplo, cuando un ion en un cristal se desplaza de su sitio reticular, la fuerza restauradora puede no ser una simple función de x. En tales casos, por lo general se puede imaginar la función $F(x)$ como expresada por una serie de potencias en x como $F(x) = -(k_1x + k_2x^2 + k_3x^3 + \ldots)$. Aquí, el primer término es la ley de Hooke, que describe la fuerza que ejerce un solo resorte para desplazamientos pequeños. Por lo general en pequeñas desviaciones desde el equilibrio se ignoran los términos de orden superior; sin embargo, en algunos casos, puede ser deseable mantener también el segundo término. Si la fuerza restauradora se representa como $F = -(k_1x + k_2x^2)$, ¿cuánto trabajo se invierte al desplazar el sistema de $x = 0$ a $x = x_{\text{máx}}$ mediante una fuerza aplicada $-F$?

51. Un jardinero de beisbol lanza una pelota de 0.150 kg con una rapidez de 40.0 m/s y un ángulo inicial de 30.0°. ¿Cuál es la energía cinética de la pelota en el punto más alto de su trayectoria?

52. La constante de resorte del resorte de suspensión de un automóvil aumenta con la carga creciente debido a un muelle helicoidal que es más ancho en la base, y cambia de manera uniforme a un diámetro más pequeño cerca de la parte superior. El resultado es un viaje más suave sobre superficies de camino normal de los muelles helicoidales, pero el automóvil no va hasta abajo en los baches porque, cuando se colapsan los muelles inferiores, los muelles más rígidos cerca de lo alto absorben la carga. Para un resorte helicoidal piramidal que se comprime 12.9 cm con una carga de 1 000 N y 31.5 cm con una carga de 5 000 N, a) evalúe las constantes a y b en la ecuación empírica $F = ax^b$ y b) encuentre el trabajo necesario para comprimir el resorte 25.0 cm.

53. ● Un resorte ligero tiene una longitud sín estirar de 15.5 cm. Se describe mediante la ley de Hooke con constante de resorte 4.30 N/m. Un extremo del resorte horizontal se mantiene en un eje vertical fijo, y el otro extremo se une a un disco de masa m que se puede mover sin fricción sobre una superficie horizontal. El disco se pone en movimiento en un círculo con un periodo de 1.30 s. a) Encuentre la extensión del resorte x conforme depende de m. Evalúe x para b) $m = 0.070\ 0$ kg, c) $m = 0.140$ kg, d) $m = 0.180$ kg y e) $m = 0.190$ kg. f) Describa el patrón de variación de x como dependiente de m.

54. Dos bolas de acero, cada una con 25.4 mm de diámetro, se mueven en direcciones opuestas a 5 m/s, corren una hacia la otra frontalmente y rebotan. a) ¿Su interacción dura sólo un instante o un intervalo de tiempo distinto de cero? Establezca su evidencia. Una de las bolas se comprime en una prensa de banco mientras se hacen mediciones precisas de la cantidad de compresión resultante. Los resultados muestran que la ley de Hooke es un buen modelo del comportamiento elástico de la bola. Para un dato, una fuerza de 16 kN ejercida por cada mandíbula de la prensa de banco resulta en una reducción de 0.2 mm en el diámetro de la bola. El diámetro regresa a su valor original cuando la fuerza se quita. b) Al modelar la bola como resorte, encuentre su constante de resorte. c) Calcule una estimación de la energía cinética de cada una de las bolas antes de chocar. En su solución, explique su lógica. d) Calcule una estimación para la cantidad máxima de compresión que cada bola experimenta cuando chocan. e) Calcule una estimación del orden de magnitud para el intervalo de tiempo durante el que están en contacto las bolas. En su solución, explique su razonamiento. (En el capítulo 15 aprenderá a calcular el tiempo de contacto preciso en este modelo.)

55. ● Considere $U = 5$ en $x = 0$ y calcule la energía potencial como función de x, correspondiente a la fuerza $(8e^{-2x})\hat{\mathbf{i}}$. Explique si la fuerza es conservativa o no conservativa y cómo puede decirlo.

56. La función energía potencial de un sistema se conoce por $U(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x$. a) Determine la fuerza F_x como una función de x. b) ¿Para qué valores de x la fuerza es igual a cero? c) Grafique $U(x)$ con x y F_x en función de x e indique los puntos de equilibrio estable e inestable.

57. El lanzador de bola en una máquina de pinball tiene un resorte con una constante de fuerza de 1.20 N/cm (figura P7.57). La superficie sobre la que se mueve la bola está inclinada 10.0° respecto de la horizontal. El resorte inicialmente se comprime 5.00 cm. Encuentre la rapidez de lanzamiento de una bola de 100 g cuando se suelta el émbolo. La fricción y la masa del émbolo son despreciables.

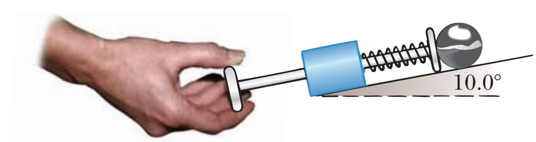


Figura P7.57

58. ● **Problema de repaso.** Dos fuerzas constantes actúan sobre un objeto de 5.00 kg que se mueve en el plano xy, como se muestra en la figura P7.58. La fuerza $\vec{\mathbf{F}}_1$ es de 25.0 N a 35.0° y $\vec{\mathbf{F}}_2$ es de 42.0 N a 150°. En el tiempo $t = 0$, el objeto está en el origen y tiene velocidad $(4.00\hat{\mathbf{i}} + 2.50\hat{\mathbf{j}})$ m/s. a) Exprese las dos fuerzas en notación de vector unitario. Use notación de vectores unitarios para sus otras respuestas. b) Encuentre la fuerza total que se ejerce sobre el objeto. c) Encuentre la aceleración del objeto. Ahora, considere el instante $t = 3.00$ s, y encuentre d) la velocidad del objeto, e) su posición, f) su energía cinética a partir de $\frac{1}{2}mv_f^2$ y g) su energía cinética a partir de $\frac{1}{2}mv_i^2 + \sum \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}}$. h) ¿Qué conclusión puede extraer al comparar las respuestas a los incisos f) y g)?

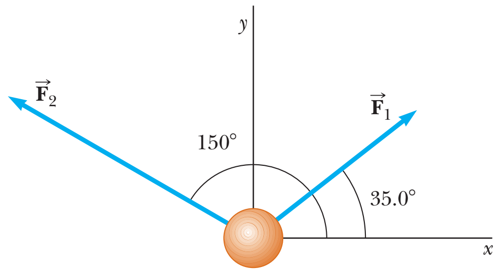


Figura P7.58

59. Una partícula se mueve a lo largo del eje x desde $x = 12.8$ m hasta $x = 23.7$ m bajo la influencia de una fuerza

$$F = \frac{375}{x^3 + 3.75x}$$

donde F está en newtons y x en metros. Con el uso de integración numérica, determine el trabajo invertido por esta fuerza en la partícula durante este desplazamiento. Su resultado debe ser exacto hasta 2%.

60. ● Cuando diferentes cargas cuelgan de un resorte, el resorte se estira a diferentes longitudes, como se muestra en la tabla siguiente. a) Elabore una gráfica de la fuerza aplicada con la extensión del resorte. Mediante ajuste por mínimos cuadrados, determine la línea recta que ajusta mejor los datos. ¿Quiere usar todos los datos o debe ignorar algunos de ellos? Explique. b) A partir de la pendiente de la línea de mejor ajuste, encuentre la constante de resorte k. c) El resorte se extiende a 105 mm. ¿Qué fuerza ejerce sobre el objeto suspendido?

***F* (*N*)**	2.0	4.0	6.0	8.0	10	12	14	16	18	20	22
***L* (mm)**	15	32	49	64	79	98	112	126	149	175	190

Respuestas a las preguntas rápidas

7.1 a). La fuerza no realiza trabajo sobre la Tierra porque la fuerza se dirige hacia el centro del círculo y por lo tanto es perpendicular a la dirección de su desplazamiento.

7.2 c), a), d), b). El trabajo realizado en c) es positivo y de mayor valor posible porque el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es cero. El trabajo invertido en a) es cero porque la fuerza es perpendicular al desplazamiento. En d) y b), la fuerza aplicada invierte trabajo negativo porque en ningún caso existe una componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. La situación b) es la de valor más negativo porque el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es 180°.

7.3 d). Debido al intervalo de valores de la función coseno, $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ tiene valores que varían de AB a $-AB$.

7.4 a). Puesto que el trabajo invertido al comprimir un resorte es proporcional al cuadrado de la distancia de compresión x, duplicar el valor de x hace que el trabajo aumente cuatro veces.

7.5 b). Ya que el trabajo es proporcional al cuadrado de la distancia de compresión x y la energía cinética es proporcional al cuadrado de la rapidez v, duplicar la distancia de compresión duplica la rapidez.

7.6 c). El signo de la energía potencial gravitacional depende de su elección de configuración cero. Si los dos objetos en el sistema están más juntos que en la configuración cero, la energía potencial es negativa. Si están más separados, la energía potencial es positiva.

7.7 **i**), c). Este sistema muestra cambios en energía cinética, así como en ambos tipos de energía potencial. **ii**), a). Puesto que la Tierra no se incluye en el sistema, no hay energía potencial gravitacional asociada con el sistema.

7.8 d). La pendiente de una gráfica $U(x)$ en función de x es por definición $dU(x)/dx$. De la ecuación 7.28, se ve que esta expresión es igual al negativo de la componente x de la fuerza conservativa que actúa sobre un objeto que es parte del sistema.

A medida que un esquiador se desliza por una colina, el sistema esquiador–nieve–Tierra experimenta cambios en energía cinética, en relación con la rapidez del esquiador; la energía potencial, en proporción con la altitud del esquiador; y la energía interna, en relación con la temperatura de los esquíes, la nieve y el aire. Si la energía total de este sistema se evaluara en varios instantes durante este proceso, el resultado sería el mismo en todo momento. Una aplicación del *principio de conservación de la energía*, a analizar en este capítulo, es que la energía total de un sistema aislado permanece constante. (© aaleksander/Shutterstock)

8 Conservación de energía

En el capítulo 7 se presentaron tres métodos para almacenar energía en un sistema: ener-gía cinética, asociada con el movimiento de los integrantes del sistema; energía potencial, determinada por la configuración del sistema y energía interna, que se relaciona con la temperatura del sistema.

Ahora se considera el análisis de situaciones físicas aplicando la aproximación de energía para dos tipos de sistemas: sistemas *no aislados* y *aislados*. Para sistemas no aislados se investigarán formas en que la energía cruza la frontera del sistema, lo que resulta en un cambio en la energía total del sistema. Este análisis conduce a un principio muy importante llamado *conservación de energía*. El principio de conservación de la energía se extiende más allá de la física y se aplica a organismos biológicos, sistemas tecnológicos y situaciones de ingeniería.

En los sistemas aislados la energía no cruza la frontera del sistema. Para dichos sistemas, la energía total del sistema es constante. Si dentro del sistema no actúan fuerzas no conservativas, se aplica la *conservación de energía mecánica* para resolver varios problemas.

Las situaciones que suponen la transformación de energía mecánica en energía interna debido a fuerzas no conservativas requieren un manejo especial. Se investigan los procedimientos para estos tipos de problemas.

Por último, se reconoce que la energía puede cruzar las fronteras de un sistema en diferentes cantidades. La rapidez de transferencia de energía se describe con la cantidad *potencia*.

8.1 El sistema no aislado: conservación de energía

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 8.1

El calor no es una forma de energía

Por lo general la palabra *calor* se usa mal. El calor es un método de *transferencia* de energía, *no* una forma de almacenamiento de energía. En consecuencia, frases tales como “contenido de calor”, “el calor del verano” y “el calor que escapó” representan usos de esta palabra que son inconsistentes con la definición física. Véase el capítulo 20.

Como se ha visto, un objeto que se representa como partícula pueden actuar fuerzas diferentes, resultando un cambio en su energía cinética. Esta situación muy simple es el primer ejemplo del modelo de un **sistema no aislado**, en él la energía cruza la frontera del sistema durante cierto intervalo de tiempo debido a una interacción con el medio ambiente. Este escenario es común en problemas de física. Si un sistema no interactúa con su medio ambiente, es un sistema aislado, que se estudiará en la sección 8.2.

El teorema trabajo–energía cinética del capítulo 7 es el primer ejemplo de una ecuación de energía adecuada para un sistema no aislado. En el caso de dicho teorema, la interacción del sistema con su entorno es el trabajo invertido por la fuerza externa, y la cantidad que cambia en el sistema es la energía cinética.

Hasta el momento sólo se ha visto una forma de transferir energía a un sistema: trabajo. Enseguida se mencionan otras formas de transferencia de energía hacia o desde un sistema. Los detalles de estos procesos se estudiarán en otras secciones del libro. En la figura 8.1 se ilustran mecanismos para transferir energía y se resumen del modo siguiente.

El **trabajo**, como aprendió en el capítulo 7, es un método para transferir energía hacia un sistema mediante la aplicación de una fuerza al sistema y causar un desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza (figura 8.1a).

Las **ondas mecánicas** (capítulos 16–18) son un medio de transferencia de energía al facilitar que una perturbación se propague a través del aire u otro medio. Es el método mediante el que la energía (que usted detecta como sonido) deja su radio reloj a través de la bocina y entra a sus oídos para estimular el proceso de audición (figura 8.1b). Otros ejemplos de ondas mecánicas son las ondas sísmicas y las ondas oceánicas.

El **calor** (capítulo 20) es un mecanismo de transferencia de energía que se activa mediante una diferencia de temperatura entre dos regiones del espacio. Por ejemplo, el mango de una cuchara dentro de una taza con café se calienta porque los electrones y átomos en movimiento constante en la parte sumergida de la cuchara chocan con los más lentos en la parte cercana del mango (figura 8.1c). Dichas partículas se mueven más rápido debido a las colisiones y chocan con el siguiente grupo de partículas lentas. Por lo tanto, la energía interna del mango de la cuchara se eleva a causa de la transferencia de energía debida a este proceso de colisión.

La **transferencia de materia** (capítulo 20) involucra situaciones en las cuales la materia cruza físicamente la frontera de un sistema, transportando energía. Los ejemplos inclu-

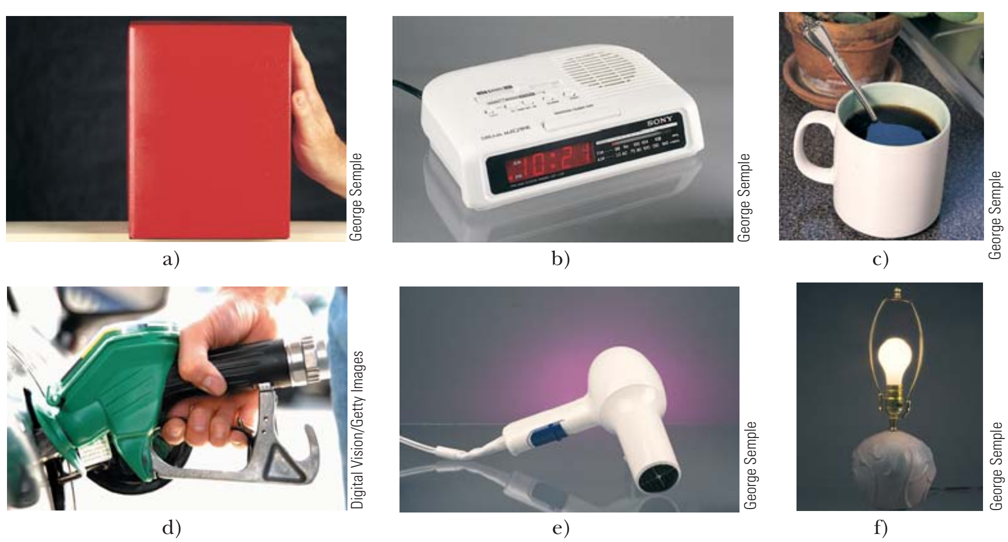


Figura 8.1 Mecanismos de transferencia de energía. a) La energía se transfiere hacia el bloque mediante *trabajo*; b) la energía deja el radio desde la bocina mediante *ondas mecánicas*; c) la energía se transfiere hacia el mango de la cuchara mediante *calor*; d) la energía entra al tanque de gasolina del automóvil mediante *transferencia de materia*; e) la energía entra a la secadora mediante *transmisión eléctrica*; y f) la energía sale del foco mediante *radiación electromagnética*.

yen llenar el tanque de su automóvil con gasolina (figura 8.1d) y transportar energía a las habitaciones de su hogar mediante circulación de aire caliente del horno, un proceso llamado *convección*.

La **transmisión eléctrica** (capítulos 27 y 28) es la transferencia de energía mediante corrientes eléctricas. Es como se transfiere energía en su secadora de pelo (figura 8.1e), sistema de sonido o cualquier otro dispositivo eléctrico.

La **radiación electromagnética** (capítulo 34) se refiere a las ondas electromagnéticas como la luz, microondas y ondas de radio (figura 8.1f). Los ejemplos de este método de transferencia incluyen cocinar una papa en su horno de microondas y la energía luminosa que viaja del Sol hacia la Tierra a través del espacio.[1]

Una característica central de la aproximación de energía es la noción de que no se puede crear ni destruir energía, la energía siempre *se conserva*. Esta característica se ha comprobado en incontables experimentos, y ningún experimento ha demostrado jamás que este enunciado sea incorrecto. Debido a eso, **si la cantidad total de energía en un sistema cambia, sólo es porque la energía cruzó la frontera del sistema mediante un mecanismo de transferencia, como alguno de los métodos mencionados anteriormente**. Este enunciado general del principio de **conservación de la energía** se describe matemáticamente como la **ecuación de conservación de energía** del modo siguiente:

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \sum T \tag{8.1}$$

◄ Conservación de energía

donde E_{sistema} es la energía total del sistema, incluidos todos los métodos de almacenamiento de energía (cinética, potencial e interna) y T (por *transferencia*) es la cantidad de energía transferida a través de la frontera del sistema mediante algún mecanismo. Dos de los mecanismos de transferencia tienen notaciones simbólicas bien establecidas. Para trabajo, $T_{\text{trabajo}} = W$, como se discutió en el capítulo 7, y para calor, $T_{\text{calor}} = Q$, como se define en el capítulo 20. Los otros cuatro integrantes de la lista no tienen símbolos establecidos, así que se les llamará T_{OM} (ondas mecánicas), T_{TM} (transferencia de materia), T_{TE} (transmisión eléctrica) y T_{RE} (radiación electromagnética).

La expansión completa de la ecuación 8.1 es

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}} = W + Q + T_{\text{OM}} + T_{\text{TM}} + T_{\text{TE}} + T_{\text{RE}} \tag{8.2}$$

que es la representación matemática básica de la versión energética del **modelo de sistema no aislado**. (En capítulos posteriores se verán otras versiones, incluida la cantidad de movimiento lineal y la cantidad de movimiento angular.) En la mayoría de los casos, la ecuación 8.2 se reduce a una mucho más simple, porque algunos de los términos son cero. Si, para un sistema conocido, todos los términos en el lado derecho de la ecuación de conservación de energía son cero, el sistema es un *sistema aislado*, que se estudia en la siguiente sección.

En teoría la ecuación de conservación de energía no es más complicada que llevar cuentas sanas en su chequera. Si su cuenta es el sistema, el cambio en el saldo para un mes determinado es la suma de todas las transferencias: depósitos, retiros, comisiones, intereses y cheques expedidos. ¡Puede resultarle útil pensar en la energía como la *moneda de la naturaleza*!

Suponga que se aplica una fuerza a un sistema no aislado y el punto de aplicación de la fuerza se mueve a través de un desplazamiento. Por lo tanto suponga que el único efecto sobre el sistema es cambiar su rapidez. En este caso, el único mecanismo de transferencia es el trabajo (de modo que el lado derecho de la ecuación 8.2 se reduce sólo a W) y la única clase de energía en el sistema que cambia es la energía cinética (de modo que $\Delta E_{\text{sistema}}$ se reduce sólo a ΔK). Por consiguiente la ecuación 8.2 se convierte en

$$\Delta K = W$$

que es el teorema trabajo–energía cinética. Este teorema es un caso especial del principio más general de conservación de energía. Se verán varios casos especiales en capítulos futuros.

[1] La radiación electromagnética y el trabajo invertido por las fuerzas de campo son los únicos mecanismos de transferencia de energía que no requieren de moléculas del medio ambiente disponibles en la frontera del sistema. Debido a eso, los sistemas rodeados por un vacío (como los planetas) sólo intercambian energía con el medio ambiente mediante estas dos posibilidades.

Pregunta rápida 8.1 ¿Mediante qué mecanismos de transferencia la energía entra y sale de a) su televisor? b) ¿Su podadora a gasolina? c) ¿Su sacapuntas manual?

Pregunta rápida 8.2 Considere un bloque que se desliza sobre una superficie horizontal con fricción. Ignore cualquier sonido que pueda producir el deslizamiento. **i)** Si el sistema es el *bloque*, este sistema es a) aislado, b) no aislado, c) imposible de determinar. **ii)** Si el sistema es la *superficie*, describa el sistema a partir del mismo conjunto de opciones. **iii)** Si el sistema es el *bloque y la superficie*, describa el sistema a partir del mismo conjunto de opciones.

8.2 El sistema aislado

En esta sección se estudia otro escenario muy común en problemas físicos: un **sistema aislado**, en él la energía no cruza la frontera del sistema por ningún método. En primer término se considera una situación gravitacional. Piense en el sistema libro–Tierra de la figura 7.15 en el capítulo anterior. Después de levantar el libro, existe energía potencial gravitacional almacenada en el sistema, que se calcula a partir del trabajo invertido por el agente externo en el sistema, con $W = \Delta U_g$.

Ahora ponga su atención al trabajo invertido solo por la fuerza gravitacional en el libro (figura 8.2) a medida que el libro cae de regreso a su altura original. Mientras el libro cae de y_i a y_f, el trabajo invertido por la fuerza gravitacional en el libro es

$$W_{\text{sobre el libro}} = (m\vec{\mathbf{g}}) \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = (-mg\hat{\mathbf{j}}) \cdot [(y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}] = mgy_i - mgy_f \quad \textbf{(8.3)}$$

A partir del teorema trabajo–energía cinética del capítulo 7, el trabajo invertido en el libro es igual al cambio en la energía cinética del libro:

$$W_{\text{sobre el libro}} = \Delta K_{\text{libro}}$$

Se pueden igualar estas dos expresiones para el trabajo invertido en el libro:

$$\Delta K_{\text{libro}} = mgy_i - mgy_f \quad \textbf{(8.4)}$$

Ahora relacione cada lado de esta ecuación con el *sistema* del libro y la Tierra. Para el lado derecho,

$$mgy_i - mgy_f = -(mgy_f - mgy_i) = -\Delta U_g$$

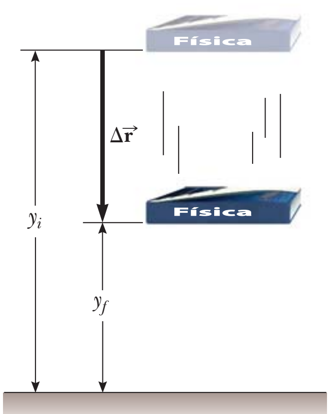


Figura 8.2 El trabajo invertido por la fuerza gravitacional en el libro a medida que el libro cae de y_i a una altura y_f es igual a $mgy_i - mgy_f$.

donde $U_g = mgy$ es la energía potencial gravitacional del sistema. Para el lado izquierdo de la ecuación 8.4, ya que el libro es la única parte del sistema que es móvil, se ve que $\Delta K_{\text{libro}} = \Delta K$, donde K es la energía cinética del sistema. Por lo tanto, con cada lado de la ecuación 8.4 sustituido con su equivalente de sistema, la ecuación se convierte en

$$\Delta K = -\Delta U_g \quad \textbf{(8.5)}$$

Esta ecuación se manipula para proporcionar un resultado general muy importante para resolver problemas. Primero, el cambio en energía potencial se mueve al lado izquierdo de la ecuación:

$$\Delta K + \Delta U_g = 0$$

El lado izquierdo representa una suma de cambios de la energía almacenada en el sistema. El lado derecho es cero porque no hay transferencias de energía a través de la frontera del sistema; el sistema libro–Tierra está *aislado* del medio ambiente. Esta ecuación se desarrolló para un sistema gravitacional, pero se demuestra su validez para un sistema con cualquier tipo de energía potencial. En consecuencia, para un sistema aislado,

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad \textbf{(8.6)}$$

En el capítulo 7 se definió la suma de las energías cinética y potencial de un sistema como su energía mecánica:

$$E_{\text{mec}} \equiv K + U \tag{8.7}$$

◀ Energía mecánica de un sistema

donde U representa el total de *todos* los tipos de energía potencial. Ya que el sistema bajo consideración está aislado, las ecuaciones 8.6 y 8.7 dicen que la energía mecánica del sistema se conserva:

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0 \tag{8.8}$$

◀ La energía mecánica de un sistema aislado sin fuerzas no conservativas en actuación se conserva

La ecuación 8.8 es un enunciado de la **conservación de energía mecánica** para un sistema aislado sin fuerzas no conservativas en actuación. La energía mecánica en tal sistema se conserva: la suma de las energías cinética y potencial permanece constante.

Si hay fuerzas no conservativas actuando dentro del sistema, la energía mecánica se transforma en energía interna como se discutió en la sección 7.7. Si fuerzas no conservativas actúan en un sistema aislado, la energía total del sistema se conserva aunque no la energía mecánica. En este caso, la conservación de energía del sistema se expresa como

$$\Delta E_{\text{sistema}} = 0 \tag{8.9}$$

◀ La energía total de un sistema aislado se conserva

donde E_{sistema} incluye todas las energías cinética, potencial e interna. Esta ecuación es el enunciado más general del **modelo de sistema aislado**.

Ahora escriba explícitamente los cambios en energía en la ecuación 8.6:

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i \tag{8.10}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 8.2

Condiciones para la ecuación 8.10

La ecuación 8.10 sólo es verdadera para un sistema en el que actúan fuerzas conservativas. Se verá cómo manipular fuerzas no conservativas en las secciones 8.3 y 8.4.

Para la situación gravitacional del libro que cae, la ecuación 8.10 se reescribe como

$$\tfrac{1}{2}mv_f^{\,2} + mgy_f = \tfrac{1}{2}mv_i^{\,2} + mgy_i$$

Mientras el libro cae hacia la Tierra, el sistema libro–Tierra pierde energía potencial y gana energía cinética tal que el total de las dos clases de energía siempre permanece constante.

Pregunta rápida 8.3 Una roca de masa m se deja caer hacia el suelo desde una altura h. Una segunda roca, con masa $2m$, se deja caer desde la misma altura. Cuando la segunda roca golpea el suelo, ¿cuál es su energía cinética? a) el doble de la primera roca, b) cuatro veces la de la primera roca, c) la misma que en la primera roca, d) la mitad de la primera roca e) imposible de determinar.

Pregunta rápida 8.4 Tres bolas idénticas se lanzan desde lo alto de un edificio, todas con la misma rapidez inicial. Como se muestra en la figura 8.3, la primera se lanza horizontalmente, la segunda a cierto ángulo sobre la horizontal y la tercera a cierto ángulo bajo la horizontal. Desprecie la resistencia del aire y clasifique las magnitudes de velocidad de las bolas en el instante en que cada una golpea el suelo.

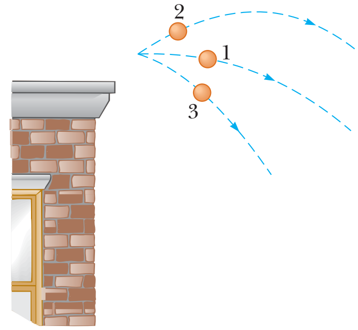


Figura 8.3 (Pregunta rápida 8.4) Tres bolas idénticas se lanzan con la misma rapidez inicial desde lo alto de un edificio.

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS **Sistemas aislados sin fuerzas no conservativas: conservación de energía mecánica**

Muchos problemas en física se resuelven con el principio de conservación de la energía para un sistema aislado. El siguiente procedimiento se debe usar cuando aplique este principio:

1. *Conceptualizar.* Estudie cuidadosamente la situación física y forme una representación mental de lo que ocurre. A medida que se vuelva más hábil al trabajar problemas de energía, comenzará a sentirse cómodo al imaginar las clases de energía que cambian en el sistema.

2. *Categorizar*. Defina su sistema, quizá consista en más de un objeto y puede o no incluir resortes u otras posibilidades para almacenar energía potencial. Determine si se presenta alguna transferencia de energía a través de la frontera de su sistema. Si es así, aplique el modelo de sistema no aislado, $\Delta E_{\text{sistema}} = \Sigma\, T$, de la sección 8.1. Si no, aplique el modelo de sistema aislado, $\Delta E_{\text{sistema}} = 0$.

   Determine si dentro del sistema hay presentes fuerzas no conservativas. Si es así, use las técnicas de las secciones 8.3 y 8.4. Si no, aplique más adelante el principio de conservación de energía mecánica que se reseña.

3. *Analizar*. Elija configuraciones para representar las condiciones inicial y final del sistema. Para cada objeto que cambie elevación, seleccione una posición de referencia para el objeto que defina la configuración cero de energía potencial gravitacional para el sistema. Para un objeto en un resorte, la configuración cero para energía potencial elástica es cuando el objeto está en su posición de equilibrio. Si existe más de una fuerza conservativa, escriba una expresión para la energía potencial asociada con cada fuerza.

   Escriba la energía mecánica inicial total E_i del sistema para alguna configuración como la suma de las energías cinética y potencial asociadas con la configuración. Después escriba una expresión similar para la energía mecánica total E_f del sistema para la configuración final que es de interés. Ya que la energía mecánica se *conserva*, iguale las dos energías totales y resuelva para la cantidad que se desconoce.

4. *Finalizar*. Asegúrese de que sus resultados sean consistentes con su representación mental. También cerciórese de que los valores de sus resultados son razonables y consistentes con experiencias cotidianas.

EJEMPLO 8.1 **Bola en caída libre**

Una bola de masa m se deja caer desde una altura h sobre el suelo, como se muestra en la figura 8.4.

A) Ignore la resistencia del aire y determine la rapidez de la bola cuando está a una altura y sobre el suelo.

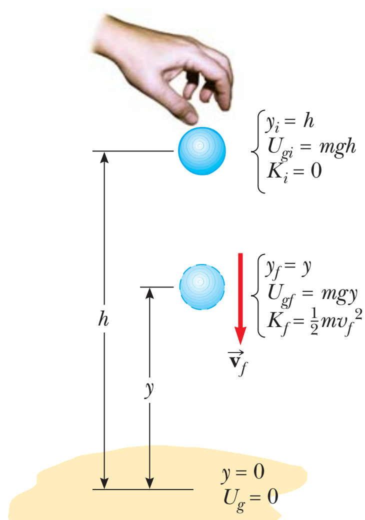


Figura 8.4 (Ejemplo 8.1) Una bola se deja caer desde una altura h sobre el suelo. Al inicio, la energía total del sistema bola–Tierra es energía potencial gravitacional, igual a mgh en relación con el suelo. En la elevación y, la energía total es la suma de las energías cinética y potencial.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 8.4 y la experiencia cotidiana con objetos que caen permiten formar ideas de la situación. Aunque este problema se resuelve fácilmente con las técnicas del capítulo 2, practique la aproximación de energía.

Categorizar El sistema se identifica como la bola y la Tierra. Ya que no hay ni resistencia del aire ni alguna otra interacción entre el sistema y el medio ambiente, el sistema es aislado. La única fuerza entre los integrantes del sistema es la fuerza gravitacional, que es conservativa.

Analizar Ya que el sistema es aislado y no existen fuerzas no conservativas actuando dentro del sistema, se aplica el principio de conservación de energía mecánica al sistema bola–Tierra. En el instante cuando la bola se libera, su energía cinética es $K_i = 0$ y la energía potencial gravitacional del sistema es $U_{gi} = mgh$. Cuando la bola está a una distancia y sobre el suelo, su energía cinética es $K_f = \frac{1}{2} mv_f^2$ y la energía potencial en relación con el suelo es $U_{gf} = mgy$.

Aplique la ecuación 8.10:

$$K_f + U_{gf} = K_i + U_{gi}$$

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy = 0 + mgh$$

Resuelva para v_f: $$v_f^2 = 2g(h - y) \quad \rightarrow \quad v_f = \sqrt{2g(h - y)}$$

La rapidez siempre es positiva. Si se le pidió hallar la velocidad de la bola, usará el valor negativo de la raíz cuadrada como la componente y para indicar el movimiento hacia abajo.

B) Determine la rapidez de la bola en y si en el instante de liberación ya tiene una rapidez inicial hacia arriba v_i en la altitud inicial h.

SOLUCIÓN

Analizar En este caso, la energía inicial incluye energía cinética igual a $\frac{1}{2}mv_i^2$.

Aplique la ecuación 8.10: $$\tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgh$$

Resuelva para v_f: $$v_f^2 = v_i^2 + 2g(h - y) \quad \rightarrow \quad v_f = \sqrt{v_i^2 + 2g(h - y)}$$

Finalizar Este resultado para la rapidez inicial es consistente con la expresión $v_{yf}^2 = v_{yi}^2 - 2g(y_f - y_i)$ de cinemática, donde $y_i = h$. Además, este resultado es válido incluso si la velocidad inicial está en un ángulo con la horizontal (pregunta rápida 8.4) por dos argumentos: 1) la energía cinética, un escalar, sólo depende de la magnitud de la velocidad; y 2) el cambio en la energía potencial gravitacional del sistema sólo depende del cambio en la posición de la bola en la dirección vertical.

¿Qué pasaría si? ¿Y si la velocidad inicial $\vec{\mathbf{v}}_i$ en inciso B) fuese hacia abajo? ¿Cómo afectaría esto a la rapidez de la bola en la posición y?

Respuesta Puede afirmar que lanzar la bola hacia abajo resultaría en una mayor rapidez en y que si la lanza hacia arriba. Sin embargo, la conservación de la energía mecánica depende de las energías cinética y potencial, que son escalares. En consecuencia, la dirección del vector velocidad inicial no tiene conexión con la rapidez final.

EJEMPLO 8.2 **Una gran entrada**

Se le pide diseñar un aparato para sostener a un actor de 65 kg de masa que "volará" hacia el escenario durante la representación de una obra. Usted sujeta el arnés del actor a un saco de arena de 130 kg mediante un cable de acero ligero que corre de manera uniforme en dos poleas sin fricción, como en la figura 8.5a. Necesita 3.0 m de cable entre el arnés y la polea más cercana, de modo que quede oculta detrás de una cortina. Para que el aparato funcione, el saco de arena nunca debe levantarse arriba del suelo mientras el actor se balancea desde arriba del escenario hacia el suelo. Llame θ al ángulo inicial que el cable del actor forma con la vertical. ¿Cuál es el valor máximo θ que tiene antes de que el saco de arena se levante del suelo?

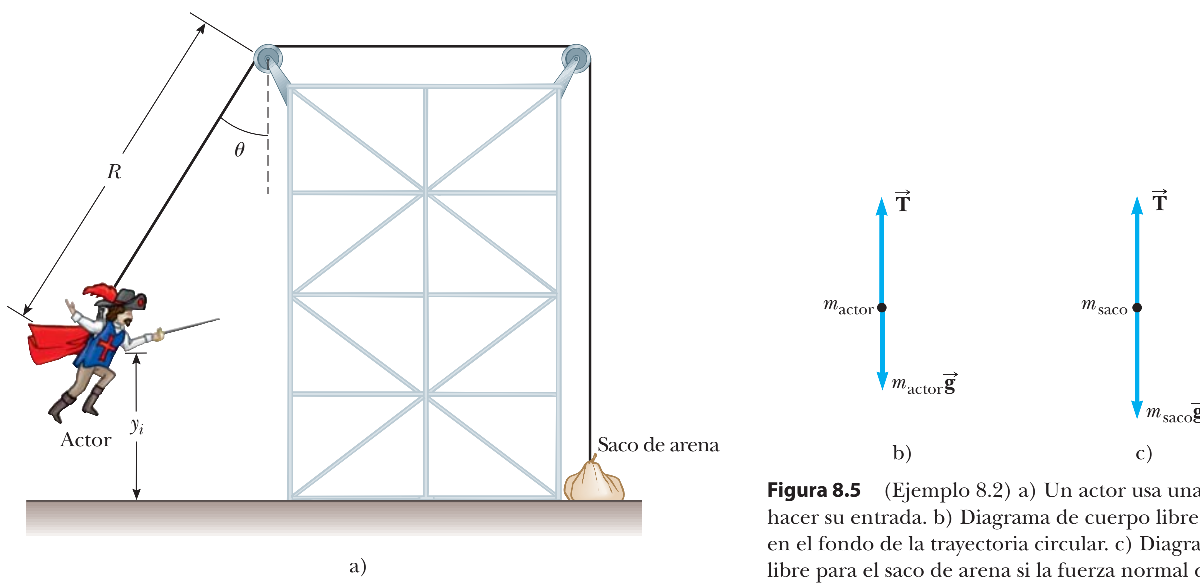


Figura 8.5 (Ejemplo 8.2) a) Un actor usa una armazón para hacer su entrada. b) Diagrama de cuerpo libre para el actor en el fondo de la trayectoria circular. c) Diagrama de cuerpo libre para el saco de arena si la fuerza normal desde el suelo tiende a cero.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Se deben usar muchos conceptos para resolver este problema. Piense lo que sucede conforme el actor se aproxima a la parte baja del balanceo. En la parte baja, el cable es vertical y debe soportar su peso, así como proporcionar aceleración centrípeta de su cuerpo en la dirección hacia arriba. En este punto, la tensión en el cable es la más alta y el saco de arena tiene más probabilidades de levantarse del suelo.

Categorizar Primero, al observar el balanceo del actor desde el punto inicial hasta el punto más bajo, se modela al actor y a la Tierra como un sistema aislado. Se ignora la resistencia del aire, de modo que no hay fuerzas no conservativas en acción. En principio debe estar tentado a modelar el sistema como no aislado, debido a la interacción del sistema con el cable, que está en el entorno. Sin embargo, la fuerza aplicada al actor por el cable siempre es perpendicular a cada elemento del desplazamiento del actor y por tanto no realiza trabajo. En consecuencia, en términos de transferencias de energía a través de la frontera, el sistema está aislado.

Analizar Se aplica el principio de conservación de energía mecánica para el sistema con el fin de encontrar la rapidez del actor a medida que llega al suelo como función del ángulo inicial θ y el radio R de la trayectoria circular que recorre.

Aplique conservación de energía mecánica al sistema actor–Tierra:

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

Sea y_i la altura inicial del actor sobre el suelo y v_f su rapidez en el instante antes de aterrizar. (Observe que $K_i = 0$ porque el actor parte del reposo y que $U_f = 0$ porque la configuración del actor en el suelo se define con energía potencial gravitacional cero.)

$$1)\quad \tfrac{1}{2}m_{\text{actor}}\, v_f^2 + 0 = 0 + m_{\text{actor}}\, g y_i$$

De la geometría en la figura 8.5a, observe que $y_f = 0$, de modo que $y_i = R - R\cos\theta = R(1 - \cos\theta)$. Aplique esta correspondencia en la ecuación 1) y resuelva para v_f^2:

$$2)\quad v_f^2 = 2gR(1 - \cos\theta)$$

Categorizar A continuación, concentrese en el instante cuando el actor está en el punto más bajo. Ya que la tensión en el cable se transfiere como una fuerza aplicada al saco de arena, en este instante el actor se modela como una partícula bajo una fuerza neta.

Analizar Aplique la segunda ley de Newton al actor en la parte baja de su trayectoria, con el diagrama de cuerpo libre de la figura 8.5b como guía:

$$\sum F_y = T - m_{\text{actor}}\, g = m_{\text{actor}}\frac{v_f^2}{R}$$

$$3)\quad T = m_{\text{actor}}\, g + m_{\text{actor}}\frac{v_f^2}{R}$$

Categorizar Por último, observe que el saco de arena se levanta del suelo cuando la fuerza hacia arriba que el cable ejerce sobre él supera la fuerza gravitacional que también actúa sobre él; la fuerza normal es cero cuando esto ocurre. Sin embargo, *no* se quiere que el saco de arena se levante del suelo. El saco de arena debe permanecer en reposo, así que se le modela como una partícula en equilibrio.

Analizar Una fuerza T de la magnitud dada por la ecuación 3) se transmite mediante el cable al saco de arena. Si el saco de arena permanece en reposo, pero puede levantarse del suelo si el cable aplica un poco más de fuerza, la fuerza normal sobre él se vuelve cero y la segunda ley de Newton con $a = 0$ dice que $T = m_{\text{saco}}g$, como en la figura 8.5c.

Use esta condición, junto con las ecuaciones 2) y 3):

$$m_{\text{saco}}g = m_{\text{actor}}g + m_{\text{actor}}\frac{2gR(1 - \cos\theta)}{R}$$

Resuelva para $\cos\theta$ y sustituya los parámetros que se proporcionan:

$$\cos\theta = \frac{3m_{\text{actor}} - m_{\text{saco}}}{2m_{\text{actor}}} = \frac{3(65\text{ kg}) - 130\text{ kg}}{2(65\text{ kg})} = 0.50$$

$$\theta = \boxed{60°}$$

Finalizar En este caso se combinaron técnicas de diferentes áreas de estudio, energía y segunda ley de Newton. Además, observe que la longitud R del cable desde el arnés del actor hasta la polea de la izquierda no aparece en la ecuación algebraica final. Por tanto, la respuesta final es independiente de R.

EJEMPLO 8.3 El rifle de juguete cargado por resorte

El mecanismo de lanzamiento de un rifle de juguete consiste en un resorte de constante de resorte desconocida (figura 8.6a). Cuando el resorte se comprime 0.120 m, y se dispara verticalmente el rifle, es capaz de lanzar un proyectil de 35.0 g a una altura máxima de 20.0 m arriba de la posición cuando el proyectil deja el resorte.

A) Ignore todas las fuerzas resistivas y determine la constante de resorte.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en el proceso que se ilustra en la figura 8.6. El proyectil parte del reposo, aumenta su velocidad conforme el resorte lo empuja hacia arriba, deja el resorte y después disminuye su velocidad mientras la fuerza gravitacional lo jala hacia abajo.

Categorizar El sistema se identifica como el proyectil, el resorte y la Tierra. Se ignoran la resistencia del aire sobre el proyectil y la fricción en el rifle; de esa manera el sistema se modela como aislado sin fuerzas no conservativas en acción.

Analizar Puesto que el proyectil parte del reposo, su energía cinética inicial es cero. La configuración cero para la energía potencial gravitacional del sistema se elige cuando el proyectil deja el resorte. Para esta configuración, la energía potencial elástica también es cero.

Después de disparar el rifle, el proyectil se eleva a una altura máxima $y_Ⓒ$. La energía cinética final del proyectil es cero.

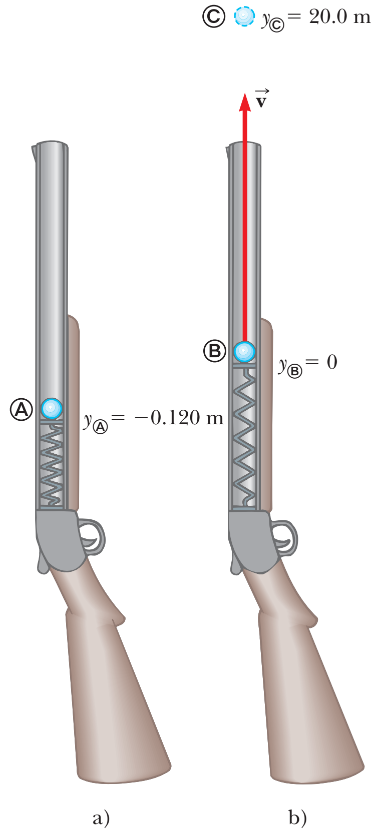


Figura 8.6 (Ejemplo 8.3) Rifle de juguete cargado por resorte a) antes de disparar y b) cuando el resorte se extiende a su longitud relajada.

Escriba una ecuación de conservación de energía mecánica para el sistema, entre los puntos Ⓐ y Ⓒ:

$$K_Ⓒ + U_{gⒸ} + U_{sⒸ} = K_Ⓐ + U_{gⒶ} + U_{sⒶ}$$

Sustituya para cada energía:

$$0 + mgy_Ⓒ + 0 = 0 + mgy_Ⓐ + \tfrac{1}{2}kx^2$$

Resuelva para k:

$$k = \frac{2mg(y_Ⓒ - y_Ⓐ)}{x^2}$$

Sustituya valores numéricos:

$$k = \frac{2(0.035\,0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)[20.0 \text{ m} - (-0.120 \text{ m})]}{(0.120 \text{ m})^2} = \boxed{958 \text{ N/m}}$$

B) Hallar la rapidez del proyectil a medida que se traslada a través de la posición de equilibrio del resorte, como se muestra en la figura 8.6b.

SOLUCIÓN

Analizar La energía del sistema a medida que el proyectil se traslada a través de la posición de equilibrio del resorte, sólo incluye la energía cinética del proyectil $\frac{1}{2}mv_Ⓑ{}^2$.

Escriba una ecuación de conservación de energía mecánica para el sistema, entre los puntos Ⓐ y Ⓑ:

$$K_Ⓑ + U_{gⒷ} + U_{sⒷ} = K_Ⓐ + U_{gⒶ} + U_{sⒶ}$$

Sustituya para cada energía: $\frac{1}{2}mv_{\text{Ⓑ}}^2 + 0 + 0 = 0 + mgy_{\text{Ⓐ}} + \frac{1}{2}kx^2$

Resuelva para $v_{\text{Ⓑ}}$: $v_{\text{Ⓑ}} = \sqrt{\frac{kx^2}{m} + 2gy_{\text{Ⓐ}}}$

Sustituya valores numéricos: $v_{\text{Ⓑ}} = \sqrt{\frac{(958\text{ N/m})(0.120\text{ m})^2}{(0.035\,0\text{ kg})} + 2(9.80\text{ m/s}^2)(-0.120\text{ m})} = \boxed{19.8\text{ m/s}}$

Finalizar Este es el primer ejemplo en el que se han incluido dos tipos de energía potencial.

8.3 Situaciones que incluyen fricción cinética

Considere de nuevo el libro de la figura 7.18 que se desliza hacia la derecha sobre la superficie de una mesa pesada y disminuye su velocidad debido a la fuerza de fricción. La fuerza de fricción invierte trabajo porque hay una fuerza y un desplazamiento. Sin embargo, tenga en mente que las ecuaciones para trabajo incluyen el desplazamiento *del punto de aplicación de la fuerza*. En la figura 8.7a se muestra un modelo simple de la fuerza de fricción entre el libro y la superficie. Toda la fuerza de fricción entre el libro y la superficie se representa con dos dientes idénticos que se soldaron puntualmente uno con otro.[2] Un diente se proyecta hacia arriba desde la superficie, el otro hacia abajo desde el libro, y están soldados en los puntos donde se tocan. La fuerza de fricción actúa en la unión de los dos dientes. Piense que el libro se desliza una pequeña distancia d hacia la derecha, como en la figura 8.7b. Ya que los dientes se modelan como idénticos, su unión se mueve hacia la derecha una distancia $d/2$. En consecuencia, el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza de fricción es $d/2$, ¡pero el desplazamiento del libro es d!

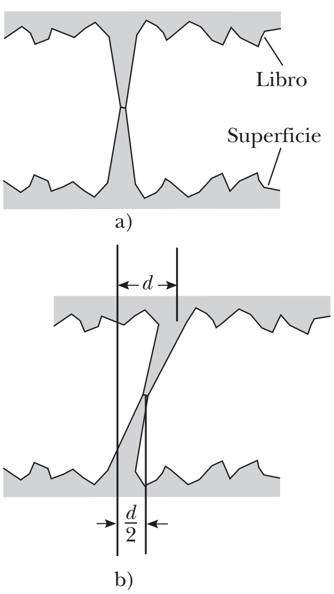


Figura 8.7 a) Un modelo de fricción simplificado entre un libro y una superficie. Toda la fuerza de fricción se modela como aplicada a la interfaz entre dos dientes idénticos que se proyectan del libro y la superficie. b) El libro se mueve hacia la derecha una distancia d. El punto de aplicación de la fuerza de fricción se mueve a través de una desplazamiento de magnitud $d/2$.

En realidad, la fuerza de fricción se dispersa sobre toda el área de contacto de un objeto que se desliza sobre una superficie, de modo que la fuerza no se localiza en un punto. Además, ya que las magnitudes de las fuerzas de fricción en varios puntos cambian constantemente a medida que se presentan los puntos de soldadura individuales, la superficie y el libro se deforman de manera local, y de este modo el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza de fricción no es en absoluto el mismo que el desplazamiento del libro. De hecho, el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza de fricción no es calculable y tampoco lo es el trabajo invertido por la fuerza de fricción.

El teorema trabajo–energía cinética es válido para una partícula o un objeto que se modela como partícula. No obstante, cuando actúa una fuerza de fricción, no se puede calcular el trabajo invertido por la fricción. Para tales situaciones, la segunda ley de Newton todavía es válida para el sistema aun cuando el teorema trabajo–energía cinética no lo sea. El caso de un objeto no deformable como el libro que se desliza sobre la superficie[3] se puede manejar de una manera relativamente directa.

A partir de una situación en la que fuerzas, incluida la fricción, aplicadas al libro, es posible seguir un procedimiento similar al efectuado en el desarrollo de la ecuación 7.17. Comience por escribir la ecuación 7.8 para todas las fuerzas distintas de la fricción:

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} = \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{otras fuerzas}}\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}} \tag{8.11}$$

El $d\vec{\mathbf{r}}$ en esta ecuación es el desplazamiento del objeto porque, para fuerzas distintas de la fricción, bajo la suposición de que dichas fuerzas no deforman el objeto, este desplazamiento es el mismo que el desplazamiento del punto de aplicación de las fuerzas.

[2] La figura 8.7 y su discusión se inspiraron en un artículo clásico acerca de fricción: B.A. Sherwood y W.H. Bernard, “Work and heat transfer in the presence of sliding friction”, *American Journal of Physics*, 52 p. 1001, 1984.

[3] La forma global del libro permanece igual, por lo que se dice que es indeformable. Sin embargo, a nivel microscópico, existe deformación de la cara del libro cuando se desliza sobre la superficie.

A cada lado de la ecuación 8.11 se añade la integral del producto escalar de la fuerza de fricción cinética y $d\vec{\mathbf{r}}$:

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} + \int \vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{otras fuerzas}}\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}} + \int \vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

$$= \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{otras fuerzas}} + \vec{\mathbf{f}}_k\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

El integrando en el lado derecho de esta ecuación es la fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$, de modo que

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} + \int \vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int \sum \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

Al incorporar la segunda ley de Newton $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ se obtiene

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} + \int \vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int m\vec{\mathbf{a}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int m \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{t_i}^{t_f} m \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}}\, dt \qquad \textbf{(8.12)}$$

donde se usó la ecuación 4.3 para rescribir $d\vec{\mathbf{r}}$ como $\vec{\mathbf{v}}\, dt$. El producto escalar obedece la regla del producto para la derivación (véase la ecuación B.30 en el apéndice B.6), de modo que la derivada del producto escalar de $\vec{\mathbf{v}}$ consigo misma se puede escribir

$$\frac{d}{dt}(\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{v}}) = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{v}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = 2\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}}$$

donde se usó la propiedad conmutativa del producto escalar para justificar la expresión final en esta ecuación. En consecuencia,

$$\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}} = \tfrac{1}{2}\frac{d}{dt}(\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{v}}) = \tfrac{1}{2}\frac{dv^2}{dt}$$

Al sustituir este resultado en la ecuación 8.12 se obtiene

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} + \int \vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{t_i}^{t_f} m\left(\tfrac{1}{2}\frac{dv^2}{dt}\right)dt = \tfrac{1}{2}m\int_{v_i}^{v_f} d(v^2) = \tfrac{1}{2}mv_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}mv_i^{\,2} = \Delta K$$

Al observar el lado izquierdo de esta ecuación, observe que, en el marco inercial de la superficie, $\vec{\mathbf{f}}_k$ y $d\vec{\mathbf{r}}$ estarán en direcciones opuestas para cada incremento $d\vec{\mathbf{r}}$ de la trayectoria que sigue el objeto. En consecuencia, $\vec{\mathbf{f}}_k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = -f_k\, dr$. Ahora la expresión anterior se convierte en

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} - \int f_k\, dr = \Delta K$$

En el modelo para la fricción, la magnitud de la fuerza de fricción cinética es constante, de modo de f_k se puede sacar de la integral. La integral restante $\int dx$ es simplemente la suma de incrementos de longitud a lo largo de la trayectoria, que es la longitud de trayectoria total d. Por lo tanto,

$$\sum W_{\text{otras fuerzas}} - f_k d = \Delta K \qquad \textbf{(8.13)}$$

o

$$K_f = K_i - f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}} \qquad \textbf{(8.14)}$$

La ecuación 8.13 es una forma modificada del teorema trabajo–energía cinética que se aplica cuando una fuerza de fricción actúa sobre un objeto. El cambio en energía cinética es igual al trabajo invertido por todas las fuerzas distintas de la fricción menos un término $f_k d$ asociado con la fuerza de fricción.

Ahora considere el sistema más grande del libro *y* la superficie a medida que el libro frena bajo la influencia de una fuerza de fricción sola. No hay trabajo invertido a través de la frontera de este sistema porque el sistema no interactúa con el medio ambiente. No hay otros tipos de transferencia de energía que ocurran a través de la frontera del sistema, ¡suponiendo que se ignora el inevitable sonido que hace el libro al deslizarse! En este caso, la ecuación 8.2 se convierte en

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \Delta K + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

El cambio en energía cinética del sistema libro–superficie es el mismo que el cambio en energía cinética del libro porque el libro es la única parte del sistema que se mueve. Debido a eso, al incorporar la ecuación 8.13 se obtiene

$$-f_k d + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

Cambio en la energía interna debida a fricción dentro del sistema ▶

$$\boxed{\Delta E_{\text{int}} = f_k d} \qquad \textbf{(8.15)}$$

Por lo tanto, el aumento de energía interna del sistema es igual al producto de la fuerza de fricción y la longitud de trayectoria en la que se mueve el libro. En resumen, **una fuerza de fricción transforma la energía cinética de un sistema en energía interna, y el aumento en energía interna del sistema es igual a su disminución en energía cinética.**

Pregunta rápida 8.5 Usted viaja a lo largo de una autopista a 65 mi/h. Su automóvil tiene energía cinética. Súbitamente derrapa hasta detenerse debido a un congestionamiento de tránsito. ¿Dónde está la energía cinética que alguna vez tuvo su automóvil? a) Toda está en energía interna en el camino. b) Toda está en energía interna en las llantas. c) Parte de ella se transformó en energía interna y otra parte se transfirió mediante ondas mecánicas. d) Toda se transfirió del automóvil mediante varios mecanismos.

EJEMPLO 8.4 Se jala un bloque sobre una superficie rugosa

Un bloque de 6.0 kg, inicialmente en reposo, se jala hacia la derecha a lo largo de una superficie horizontal mediante una fuerza horizontal constante de 12 N.

A) Encuentre la rapidez del bloque después de que se mueve 3.0 m si las superficies en contacto tienen un coeficiente de fricción cinética de 0.15.

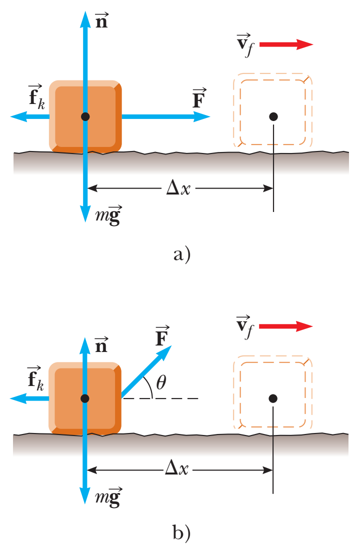


Figura 8.8 (Ejemplo 8.4) a) Se jala un bloque hacia la derecha sobre una superficie rugosa mediante una fuerza horizontal constante. b) La fuerza aplicada está en un ángulo θ con la horizontal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar En este caso el ejemplo 7.6 se modifica de tal manera que la superficie ya no es sin fricción. La superficie rugosa aplica una fuerza de fricción sobre el bloque, opuesta a la fuerza aplicada. Como resultado, se espera que la rapidez sea menor que la encontrada en el ejemplo 7.6.

Categorizar El bloque se jala mediante una fuerza y la superficie es rugosa, de modo que el sistema bloque–superficie se representa como no aislado con una fuerza no conservativa en acción.

Analizar La figura 8.8a ilustra esta situación. Ni la fuerza normal ni la fuerza gravitacional realizan trabajo sobre el sistema porque sus puntos de aplicación se desplazan horizontalmente.

Encuentre el trabajo invertido en el sistema por la fuerza aplicada tal como en el ejemplo 7.6:

$$W = F\,\Delta x = (12\text{N})(3.0\text{ m}) = 36\text{ J}$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al bloque en la dirección vertical:

$$\Sigma F_y = 0 \;\rightarrow\; n - mg = 0 \;\rightarrow\; n = mg$$

Encuentre la magnitud de la fuerza de fricción:

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = (0.15)(6.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 8.82\text{ N}$$

Hallar la rapidez final del bloque a partir de la ecuación 8.14:

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 = \tfrac{1}{2}mv_i^2 - f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}}$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2}{m}\left(-f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}}\right)}$$

$$= \sqrt{0 + \frac{2}{6.0\text{ kg}}[-(8.82\text{ N})(3.0\text{ m}) + 36\text{ J}]} = \boxed{1.8\text{ m/s}}$$

Finalizar Como se esperaba, este valor es menor que los 3.5 m/s encontrados en el caso del bloque que se desliza sobre una superficie sin fricción (véase el ejemplo 7.6).

B) Suponga que la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ se aplica en un ángulo θ, como se muestra en la figura 8.8b. ¿En qué ángulo se debe aplicar la fuerza para lograr la mayor rapidez posible después de que el bloque se mueve 3.0 m hacia la derecha?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Puede suponer que $\theta = 0$ daría la mayor rapidez porque la fuerza tendría la mayor componente posible en la dirección paralela a la superficie. Sin embargo, piense en un ángulo arbitrario distinto de cero. Aunque la componente horizontal de la fuerza se redujera, la componente vertical de la fuerza reduciría la fuerza normal, lo que a su vez reduce la fuerza de fricción, esto sugiere que la rapidez se podría maximizar al jalar en un ángulo distinto de $\theta = 0$.

Categorizar Como en el inciso A), el sistema bloque–superficie se modela como no aislado con una fuerza no conservativa en acción.

Analizar Encuentre el trabajo invertido por la fuerza aplicada, y señalando que $\Delta x = d$ porque la trayectoria seguida por el bloque es una línea recta:

$$W = F\,\Delta x \cos\theta = Fd\cos\theta$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al bloque en la dirección vertical:

$$\sum F_y = n + F\,\text{sen}\,\theta - mg = 0$$

Resuelva para n:

$$n = mg - F\,\text{sen}\,\theta$$

Aplique la ecuación 8.14 para encontrar la energía cinética final para esta situación:

$$\begin{aligned} K_f &= K_i - f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}} \\ &= 0 - \mu_k n d + Fd\cos\theta = -\mu_k(mg - F\,\text{sen}\,\theta)d + Fd\cos\theta \end{aligned}$$

Maximizar la rapidez es equivalente a maximizar la energía cinética final. En consecuencia, derivando K_f respecto de θ e iguale el resultado a cero:

$$\frac{d(K_f)}{d\theta} = -\mu_k(0 - F\cos\theta)d - Fd\,\text{sen}\,\theta = 0$$

$$\mu_k\cos\theta - \text{sen}\,\theta = 0$$

$$\tan\theta = \mu_k$$

Evalúe θ para $\mu_k = 0.15$:

$$\theta = \tan^{-1}(\mu_k) = \tan^{-1}(0.15) = \boxed{8.5°}$$

Finalizar Note que el ángulo en que la rapidez del bloque es un máximo, de hecho no es $\theta = 0$. Cuando el ángulo supera 8.5°, la componente horizontal de la fuerza aplicada es demasiado pequeña para compensarse mediante la fuerza de fricción reducida y la rapidez del bloque comienza a disminuir de su valor máximo.

EJEMPLO CONCEPTUAL 8.5 **Física útil para conducción segura**

Un automóvil que viaja con una rapidez inicial v se desliza una distancia d hasta detenerse después de aplicar los frenos. Si la rapidez inicial del automóvil es $2v$ en el momento de frenar, estime la distancia que se desliza.

SOLUCIÓN

Se considera que la fuerza de fricción cinética entre el automóvil y la superficie del camino es constante y la misma para ambas magnitudes de velocidad. De acuerdo con la ecuación 8.14, la fuerza de fricción multiplicada por la distancia d es igual a la energía cinética inicial del automóvil (porque $K_f = 0$ y no hay trabajo invertido por otras fuerzas). Si la rapidez se duplica, como lo es en este ejemplo, la energía cinética se cuadruplica. Para una fuerza de fricción determinada, la distancia recorrida es cuatro veces mayor cuando la rapidez inicial se duplica, y por eso la distancia estimada que se desliza el automóvil es $4d$.

EJEMPLO 8.6 Un sistema bloque–resorte

Un bloque de 1.6 kg de masa se une a un resorte horizontal que tiene una constante de fuerza de 1.0×10^3 N/m, como se muestra en la figura 8.9. El resorte se comprime 2.0 cm y después se libera desde el reposo.

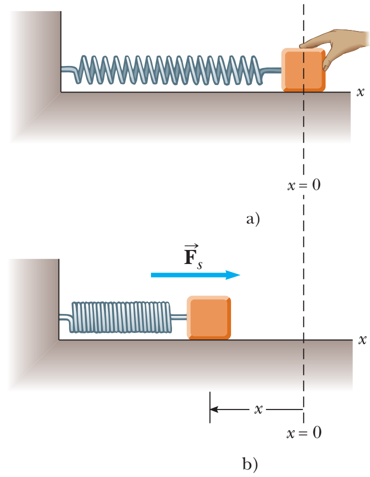


Figura 8.9 (Ejemplo 8.6) a) Un bloque se une a un resorte. El resorte se comprime una distancia *x*. b) Luego el bloque se libera y el resorte lo empuja hacia la derecha.

A) Calcule la rapidez del bloque mientras pasa a través de la posición de equilibrio $x = 0$ si la superficie no tiene fricción.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Esta situación ya se discutió antes y es fácil visualizar el bloque cuando es empujado hacia la derecha por el resorte y moverse con cierta rapidez.

Categorizar El sistema se identifica como el bloque y se modela como un sistema no aislado.

Analizar En esta situación, el bloque inicia con $v_i = 0$ en $x_i = -2.0$ cm y se quiere encontrar v_f en $x_f = 0$.

Aplique la ecuación 7.11 para encontrar el trabajo invertido por el resorte con $x_{\text{máx}} = x_i = -2.0 \text{ cm} = -2.0 \times 10^{-2}$ m:

$$W_s = \tfrac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2 = \tfrac{1}{2}(1.0 \times 10^3 \text{ N/m})(-2.0 \times 10^{-2} \text{ m})^2 = 0.20 \text{ J}$$

En el bloque se consume trabajo y su rapidez cambia. La ecuación de conservación de energía, ecuación 8.2, se reduce al teorema trabajo–energía cinética. Aplique dicho teorema para encontrar la rapidez en $x = 0$:

$$W_s = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2}{m}W_s}$$

$$= \sqrt{0 + \frac{2}{1.6 \text{ kg}}(0.20 \text{ J})} = \boxed{0.50 \text{ m/s}}$$

Finalizar Aunque este problema se pudo haber resuelto en el capítulo 7, aquí se presenta para proporcionar contraste con el siguiente inciso B), que requiere las técnicas de este capítulo.

B) Calcule la rapidez del bloque mientras pasa por la posición de equilibrio si una fuerza de fricción constante de 4.0 N retarda su movimiento desde el momento en que se libera.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La respuesta correcta debe ser menor que la encontrada en el inciso A) porque la fuerza de fricción retarda el movimiento.

Categorizar El sistema se identifica como el bloque y la superficie. El sistema no está aislado debido al trabajo consumido por el resorte y hay una fuerza no conservativa en acción: la fricción entre el bloque y la superficie.

Analizar Escriba la ecuación 8.14:

$$1)\quad K_f = K_i - f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}}$$

Evalúe $f_k d$:

$$f_k d = (4.0 \text{ N})(2.0 \times 10^{-2} \text{ m}) = 0.080 \text{ J}$$

Evalúe $\Sigma\, W_{\text{otras fuerzas}}$, el trabajo invertido por el resorte, al recordar que en el inciso A) se encontró que era 0.20 J. Use $K_i = 0$ en la ecuación 1) y resuelva para la rapidez final:

$$K_f = 0 - 0.080 \text{ J} + 0.20 \text{ J} = 0.12 \text{ J} = \tfrac{1}{2}mv_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(0.12 \text{ J})}{1.6 \text{ kg}}} = \boxed{0.39 \text{ m/s}}$$

Finalizar Como se esperaba, este valor es menor que los 0.50 m/s encontrados en el inciso A).

¿Qué pasaría si? ¿Y si la fricción aumenta a 10.0 N? ¿Cuál es la rapidez del bloque en $x = 0$?

Respuesta En este caso, el valor de $f_k d$ mientras el bloque se traslada a $x = 0$ es

$$f_k d = (10.0\text{ N})(2.0 \times 10^{-2}\text{ m}) = 0.20\text{ J}$$

que es igual en magnitud a la energía cinética en $x = 0$ sin la pérdida debida a fricción. Debido a eso, toda la energía cinética se ha transformado por fricción cuando el bloque llega a $x = 0$, y su rapidez en este punto es $v = 0$.

En esta situación, así como en el inciso B), la rapidez del bloque alcanza un máximo en alguna posición distinta de $x = 0$. El problema 47 le pide ubicar dichas posiciones.

8.4 Cambios en energía mecánica para fuerzas no conservativas

Considere el libro que se desliza a través de la superficie en la sección anterior. A medida que el libro se mueve a través de una distancia d, la única fuerza que realiza trabajo en él es la fuerza de fricción cinética. Esta fuerza causa un cambio $-f_k d$ en la energía cinética del libro, como se describe mediante la ecuación 8.13.

Sin embargo, ahora considere que el libro es parte de un sistema que además presenta un cambio en energía potencial. En este caso, $-f_k d$ es la cantidad por la que cambia la energía *mecánica* del sistema debido a la fuerza de fricción cinética. Por ejemplo, si el libro se mueve sobre un plano inclinado que no tiene fricción, hay un cambio tanto en la energía cinética como en la energía potencial gravitacional del sistema libro–Tierra. En consecuencia,

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta Ug = -f_k d$$

En general, si actúa una fuerza de fricción dentro de un sistema aislado,

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = -f_k d \qquad \textbf{(8.16)}$$

◀ Cambio en energía mecánica de un sistema debido a fricción dentro del sistema

donde ΔU es el cambio en *todas* las formas de energía potencial. Note que la ecuación 8.16 se reduce a la ecuación 8.10 si la fuerza de fricción es cero.

Si el sistema en el que actúa la fuerza no conservativa es no aislado, la generalización de la ecuación 8.13 es

$$\Delta E_{\text{mec}} = -f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}} \qquad \textbf{(8.17)}$$

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Sistemas con fuerzas no conservativas

Se debe aplicar el siguiente procedimiento cuando enfrente un problema que involucre un sistema en el que actúen fuerzas no conservativas:

1. *Conceptualizar.* Estudie cuidadosamente la situación física y forme una representación mental de lo que ocurre.

2. *Categorizar.* Defina su sistema, que puede consistir de más de un objeto. El sistema podría incluir resortes u otras posibilidades de almacenamiento de energía potencial. Determine si hay presente alguna fuerza no conservativa. Si no, proceda con el principio de conservación de energía mecánica que se reseña en la sección 8.2. Si es así, utilice el procedimiento discutido antes.

   Determine si, a través de las fronteras de su sistema, alguna fuerza distinta de la fricción realiza trabajo alguno. Si es así, aplique la ecuación 8.17 para analizar el problema. Si no, proceda con la ecuación 8.16.

3. *Analizar.* Elija configuraciones para representar las condiciones inicial y final del sistema. Para cada objeto que cambie elevación, seleccione una posición de referencia para el objeto que defina la configuración cero de energía potencial gravitacional para el sistema. Para un objeto en un resorte, la configuración cero para energía potencial elástica es

cuando el objeto está en su posición de equilibrio. Si hay más de una fuerza conservativa, escriba una expresión para la energía potencial asociada con cada fuerza.

Use la ecuación 8.16 o la ecuación 8.17 para establecer una representación matemática del problema. Resuelva para las incógnitas.

4. *Finalizar*. Asegúrese de que sus resultados sean consistentes con su representación mental. También de que los valores de sus resultados sean razonables y consistentes con la experiencia cotidiana.

EJEMPLO 8.7 Caja que se desliza por una rampa

Una caja de 3.00 kg se desliza hacia abajo por un rampa. La rampa mide 1.00 m de largo y está inclinada en un ángulo de 30.0°, como se muestra en la figura 8.10. La caja parte del reposo en lo alto, experimenta una fuerza de fricción constante de 5.00 N de magnitud y continúa su movimiento una corta distancia sobre el piso horizontal, después de dejar la rampa.

A) Proceda con el planteamiento de energía para determinar la rapidez de la caja en el fondo de la rampa.

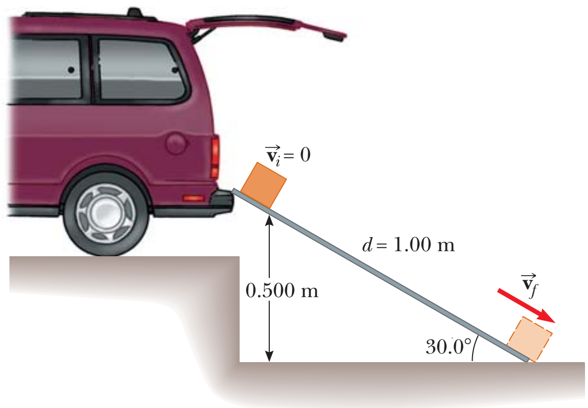


Figura 8.10 (Ejemplo 8.7) Una caja se desliza hacia abajo por una rampa bajo la influencia de la gravedad. La energía potencial del sistema disminuye, mientras que la energía cinética aumenta.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en la caja que se desliza por la rampa en la figura 8.10. Mientras más grande sea la fuerza de fricción, más lenta se deslizará la caja.

Categorizar Identifique la caja, la superficie y la Tierra como el sistema. El sistema se clasifica como aislado con una fuerza no conservativa en acción.

Analizar Ya que $v_i = 0$, la energía cinética inicial del sistema, cuando la caja está en lo alto de la rampa, es cero. Si la coordenada y se mide desde la base de la rampa (la posición final de la caja, para la cual se elige que la energía potencial gravitacional del sistema sea cero) con la dirección hacia arriba positiva, por lo tanto $y_i = 0.500$ m.

Evalúe la energía mecánica total del sistema cuando la caja está en lo alto:

$$E_i = K_i + U_i = 0 + U_i = mgy_i$$
$$= (3.00 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.500 \text{ m}) = 14.7 \text{ J}$$

Escriba una expresión para la energía mecánica final:

$$E_f = K_f + U_f = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + 0$$

Aplique la ecuación 8.16:

$$\Delta E_{\text{mec}} = E_f - E_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - mgy_i = -f_k d$$

Resuelva para v_f^2:

$$1)\quad v_f^2 = \frac{2}{m}(mgy_i - f_k d)$$

Sustituya valores numéricos y resuelva para v_f:

$$v_f^2 = \frac{2}{3.00 \text{ kg}}[14.7 \text{ J} - (5.00 \text{ N})(1.00 \text{ m})] = 6.47 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_f = \boxed{2.54 \text{ m/s}}$$

B) ¿A qué distancia se desliza la caja sobre el piso horizontal si continúa experimentando una fuerza de fricción de 5.00 N de magnitud?

SOLUCIÓN

Analizar Esta parte del problema se maneja exactamente igual que el inciso A), pero en este caso se considera que la energía mecánica del sistema consiste sólo en energía cinética, porque la energía potencial del sistema permanece fija.

Evalúe la energía mecánica del sistema cuando la caja deja la parte baja de la rampa:

$$E_i = K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(3.00 \text{ kg})(2.54 \text{ m/s})^2 = 9.68 \text{ J}$$

Aplique la ecuación 8.16 con $E_f = 0$:

$$E_f - E_i = 0 - 9.68 \text{ J} = -f_k d$$

Resuelva para la distancia d:

$$d = \frac{9.68 \text{ J}}{f_k} = \frac{9.68 \text{ J}}{5.00 \text{ N}} = \boxed{1.94 \text{ m}}$$

Finalizar Por comparación, es posible que pretenda calcular la rapidez de la caja en la parte baja de la rampa como un caso en el que la rampa no tiene fricción. Note también que el aumento en energía interna del sistema, a medida que la caja se desliza hacia abajo por la rampa, es 5.00 J. Esta energía se comparte entre la caja y la superficie, y cada una es un poco más caliente que antes.

Advierta además que la distancia d que se desliza el objeto sobre la superficie horizontal es infinita si la superficie no tiene fricción. ¿Esto es consistente con su marco conceptual de la situación?

¿Qué pasaría si? Un trabajador precavido decide que la rapidez de la caja cuando llega a la parte baja de la rampa es tal que su contenido podría dañarse. Por lo tanto, sustituye la rampa con una más larga de tal modo que la nueva rampa forma un ángulo de 25.0° con el suelo. ¿Esta nueva rampa reduce la rapidez de la caja a medida que llega al suelo?

Respuesta Ya que la rampa es más larga, la fuerza de fricción actúa en una distancia mayor y transforma más de la energía mecánica en energía interna. El resultado es una reducción en la energía cinética de la caja y se espera una rapidez menor cuando llegue al suelo.

Encuentre la longitud d de la rampa nueva:

$$\text{sen } 25.0° = \frac{0.500 \text{ m}}{d} \quad \rightarrow \quad d = \frac{0.500 \text{ m}}{\text{sen } 25.0°} = 1.18 \text{ m}$$

Hallar v_f^2 de la ecuación 1) en el inciso A):

$$v_f^2 = \frac{2}{3.00 \text{ kg}}[14.7 \text{ J} - (5.00 \text{ N})(1.18 \text{ m})] = 5.87 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_f = 2.42 \text{ m/s}$$

De hecho la rapidez final es menor que en el caso de un ángulo mayor.

EJEMPLO 8.8 Colisión bloque–resorte

A un bloque, que tiene 0.80 kg de masa, se le da una velocidad inicial $v_{Ⓐ} = 1.2$ m/s hacia la derecha y choca con un resorte con masa despreciable y cuya constante de fuerza es $k = 50$ N/m, como se muestra en la figura 8.11.

A) Suponga que la superficie no tiene fricción y calcule la compresión máxima del resorte después del choque.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Las diversas partes de la figura 8.11 ayudan a imaginar lo que hará el bloque en esta situación. Todo el movimiento tiene lugar en un plano horizontal, así que no es necesario considerar cambios en energía potencial gravitacional.

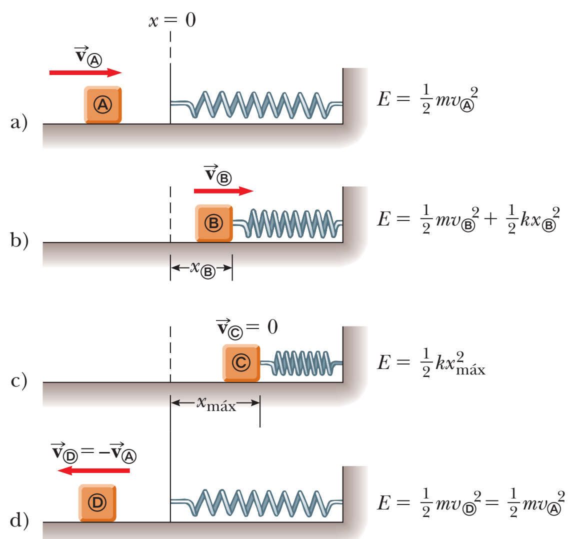


Figura 8.11 (Ejemplo 8.8) Un bloque que se desliza sobre una superficie horizontal uniforme choca con un resorte ligero. a) Al inicio, toda la energía mecánica es energía cinética. b) La energía mecánica es la suma de la energía cinética del bloque y la energía potencial elástica en el resorte. c) La energía es completamente energía potencial. d) La energía se transformó de regreso a energía cinética del bloque. La energía total del sistema permanece constante a lo largo del movimiento.

Categorizar El sistema se identifica como el bloque y el resorte. El sistema bloque–resorte está aislado sin fuerzas no conservativas en acción.

Analizar Antes de la colisión, cuando el bloque está en Ⓐ, tiene energía cinética y el resorte no está comprimido, de modo que la energía potencial elástica almacenada en el sistema es cero. Por lo tanto, la energía mecánica total del sistema antes de la colisión es justo $\frac{1}{2}mv_Ⓐ^2$. Después de la colisión, cuando el bloque está en Ⓒ, el resorte está completamente comprimido; ahora el bloque está en reposo y, por eso, tiene energía cinética cero. Sin embargo, la energía potencial elástica almacenada en el sistema tiene su valor máximo $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2$, donde el origen de coordenadas $x = 0$ se elige como la posición de equilibrio del resorte y $x_{\text{máx}}$ es la compresión máxima del resorte, que en este caso es en $x_Ⓒ$. La energía mecánica total del sistema se conserva, porque sobre los objetos del sistema aislado no actúan fuerzas no conservativas.

Escriba una ecuación de conservación de energía mecánica:

$$K_Ⓒ + U_{sⒸ} = K_Ⓐ + U_{sⒶ}$$

$$0 + \frac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2}mv_Ⓐ^2 + 0$$

Resuelva para $x_{\text{máx}}$ y evalúe:

$$x_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{m}{k}}\,v_Ⓐ = \sqrt{\frac{0.80 \text{ kg}}{50 \text{ N/m}}}(1.2 \text{ m/s}) = 0.15 \text{ m}$$

B) Suponga que una fuerza constante de fricción cinética actúa entre el bloque y la superficie, con $\mu_k = 0.50$. Si la rapidez del bloque en el momento que choca con el resorte es $v_Ⓐ = 1.2$ m/s, ¿cuál es la compresión máxima $x_Ⓒ$ en el resorte?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Debido a la fuerza de fricción, se espera que la compresión del resorte sea más pequeña que en el inciso A), porque parte de la energía cinética del bloque se transforma en energía interna en el bloque y la superficie.

Categorizar El sistema se identifica como el bloque, la superficie y el resorte. Este sistema está aislado pero ahora involucra una fuerza no conservativa.

Analizar En este caso, la energía mecánica $E_{\text{mec}} = K + U_s$ del sistema *no* se conserva porque una fuerza de fricción actúa en el bloque. A partir del modelo de partícula en equilibrio en la dirección vertical, se ve que $n = mg$.

Evalúe la magnitud de la fuerza de fricción:

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = 0.50(0.80 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 3.9 \text{ N}$$

Escriba el cambio en la energía mecánica del sistema debido a fricción a medida que el bloque se desplaza de $x = 0$ a $x_Ⓒ$:

$$\Delta E_{\text{mec}} = -f_k x_Ⓒ$$

Sustituya las energías inicial y final:

$$\Delta E_{\text{mec}} = E_f - E_i = (0 + \tfrac{1}{2}kx_Ⓒ^2) - (\tfrac{1}{2}mv_Ⓐ^2 + 0) = -f_k x_Ⓒ$$

Sustituya valores numéricos:

$$\tfrac{1}{2}(50)x_Ⓒ^2 - \tfrac{1}{2}(0.80)(1.2)^2 = -3.9x_Ⓒ$$

$$25x_Ⓒ^2 + 3.9x_Ⓒ - 0.58 = 0$$

Al resolver la ecuación cuadrática para $x_Ⓒ$, se obtiene $x_Ⓒ = 0.093$ m y $x_Ⓒ = -0.25$ m. La raíz con significado físico es $x_Ⓒ = 0.093$ m.

Finalizar La raíz negativa no aplica a esta situación porque el bloque debe estar a la derecha del origen (valor positivo de x) cuando llegue al reposo. Note que el valor de 0.093 m es menor que la distancia obtenida en el caso sin fricción del inciso A), como se esperaba.

EJEMPLO 8.9 Bloques conectados en movimiento

Dos bloques se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción, como se muestra en la figura 8.12. El bloque de masa m_1 se encuentra en una superficie horizontal y está conectado a un resorte con una constante de fuerza k. El sistema se libera desde el reposo cuando el resorte no está estirado. Si el bloque colgante de masa m_2 cae una distancia h antes de llegar al reposo, calcule el coeficiente de fricción cinética entre el bloque de masa m_1 y la superficie.

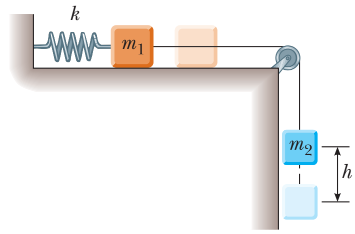


Figura 8.12 (Ejemplo 8.9) A medida que el bloque colgante se mueve desde su elevación más alta hacia la más baja, el sistema pierde energía potencial gravitacional pero gana energía potencial elástica en el resorte. Parte de la energía mecánica se transforma a energía interna debido a fricción entre el bloque deslizante y la superficie.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La palabra clave *reposo* aparece dos veces en el enunciado del problema. Esta palabra sugiere que las configuraciones del sistema asociadas con reposo son buenas candidatas para las configuraciones inicial y final porque la energía cinética del sistema es cero para dichas configuraciones.

Categorizar En esta situación, el sistema consiste en dos bloques, el resorte y la Tierra. El sistema está aislado con una fuerza no conservativa en acción. El bloque deslizante también se modela como una partícula en equilibrio en la dirección vertical, lo que conduce a $n = m_1 g$.

Analizar Es necesario considerar dos formas de energía potencial para el sistema, gravitacional y elástica: $\Delta U_g = U_{gf} - U_{gi}$ es el cambio en la energía potencial gravitacional del sistema y $\Delta U_s = U_{sf} - U_{si}$ es el cambio en la energía potencial elástica del sistema. El cambio en la energía potencial gravitacional del sistema se asocia sólo con el bloque que cae porque la coordenada vertical del bloque que se desliza horizontalmente no cambia. Las energías cinética inicial y final del sistema son cero, de modo que $\Delta K = 0$.

Escriba el cambio en energía mecánica para el sistema:

$$1)\quad \Delta E_{\text{mec}} = \Delta U_g + \Delta U_s$$

Proceder con la ecuación 8.16 para encontrar el cambio en energía mecánica en el sistema debido a fricción entre el bloque que se desliza horizontalmente y la superficie, y señalando que, mientras el bloque colgante cae una distancia h, el bloque con movimiento horizontal avanza la misma distancia h hacia la derecha:

$$2)\quad \Delta E_{\text{mec}} = -f_k h = -(\mu_k n)h = -\mu_k m_1 g h$$

Evalúe el cambio en energía potencial gravitacional del sistema y elija la configuración con el bloque colgante en la posición más baja para representar energía potencial cero:

$$3)\quad \Delta U_g = U_{gf} - U_{gi} = 0 - m_2 g h$$

Evalúe el cambio en la energía potencial elástica del sistema:

$$4)\quad \Delta U_s = U_{sf} - U_{si} = \tfrac{1}{2}kh^2 - 0$$

Sustituya las ecuaciones 2), 3) y 4) en la ecuación 1):

$$-\mu_k m_1 g h = -m_2 g h + \tfrac{1}{2}kh^2$$

Resuelva para μ_k:

$$\mu_k = \frac{m_2 g - \frac{1}{2}kh}{m_1 g}$$

Finalizar Esta configuración representa un método de medición del coeficiente de fricción cinética entre un objeto y cierta superficie.

8.5 Potencia

Considere de nuevo el ejemplo conceptual 7.7, que implicó rodar un refrigerador hacia arriba de una rampa para llegar a una camioneta. Suponga que el hombre no está convencido de que el trabajo es el mismo sin importar la longitud de la rampa y coloca una rampa larga con una suave elevación. Aunque él realiza la misma cantidad de trabajo que alguien que usa una rampa más corta, le toma más tiempo realizar el trabajo porque tiene que mover el refrigerador una mayor distancia. Aunque el trabajo realizado sobre ambas rampas es el mismo, hay *algo* diferente acerca de las tareas: el *intervalo de tiempo* durante el que se realiza el trabajo.

La relación con el tiempo de transferencia de energía se llama **potencia instantánea** $\mathcal{P}$ y se define como sigue:

$$\mathcal{P} \equiv \frac{dE}{dt} \qquad (8.18)$$

◄ Definición de potencia

En esta exposición se contará el trabajo como el método de transferencia de energía, pero tenga en mente que la noción de potencia es válida para *cualquier* medio de transferencia de energía discutido en la sección 8.1. Si una fuerza externa se aplica a un objeto (que se representa como partícula) y si el trabajo invertido por esta fuerza en el objeto en el intervalo de tiempo Δt es W, la **potencia promedio** durante este intervalo es

$$\mathcal{P}_{\text{prom}} = \frac{W}{\Delta t}$$

Debido a eso, en el ejemplo 7.7, aunque se consume el mismo trabajo al rodar el refrigerador por ambas rampas, para la rampa más larga se requiere menos potencia.

Al igual que la definición de velocidad y aceleración, la potencia instantánea es el valor límite de la potencia promedio a medida que Δt tiende a cero:

$$\mathcal{P} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

donde se representó el valor infinitesimal del trabajo invertido mediante dW. De la ecuación 7.3 se encuentra que $dW = \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$. En consecuencia, la potencia instantánea se escribe

$$\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}} \qquad \textbf{(8.19)}$$

donde $\vec{\mathbf{v}} = d\vec{\mathbf{r}}/dt$.

La unidad del SI de potencia es joules por segundo (J/s), también llamado **watt** (W) en honor de James Watt:

Watt ▶

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$$

Una unidad de potencia en el sistema acostumbrado estadounidense es el **caballo de fuerza** (hp):

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

Ahora se puede definir una unidad de energía (o trabajo) en términos de la unidad de potencia. Un **kilowatt hora** (kWh) es la energía transferida en 1 h en una proporción constante de 1 kW = 1 000 J/s. La cantidad de energía representada por 1 kWh es

$$1 \text{ kWh} = (10^3 \text{ W})(3\,600 \text{ s}) = 3.60 \times 10^6 \text{ J}$$

Un kilowatt hora es una unidad de energía, no de potencia. Cuando usted paga el recibo de la electricidad, usted está comprando energía, y la cantidad de energía transferida por la transmisión eléctrica hacia un hogar durante el periodo representado por el recibo se expresa en kilowatt horas. Por ejemplo, su recibo puede establecer que usted usó 900 kWh de energía durante un mes y que se le cobra en una proporción de 10 centavos por kilowatt hora. Por lo tanto su deuda es de 90 dólares por esta cantidad de energía. Otro ejemplo, suponga que una lámpara se especifica en 100 W. En 1.00 hora de operación, la línea de transmisión eléctrica tendría que transferir energía a la lámpara la cantidad de (0.100 kW)(1.00 h) = 0.100 kWh = 3.60×10^5 J.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 8.3

W, *W* y watts

No confunda el símbolo W para el watt con el símbolo en cursiva W para trabajo. También, recuerde que el watt ya representa una relación de transferencia de energía, así que "watts por segundo" no tiene sentido. El watt es *lo mismo que* un joule por segundo.

EJEMPLO 8.10 Potencia entregada por un motor de elevador

Un ascensor (figura 8.13a) tiene una masa de 1 600 kg y transporta pasajeros con una masa combinada de 200 kg. Una fuerza de fricción constante de 4 000 N retarda su movimiento.

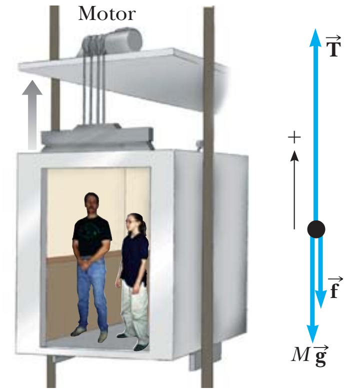
A) ¿Cuánta potencia debe proporcionar un motor para levantar el elevador y a sus pasajeros con una rapidez constante de 3.00 m/s?

SOLUCIÓN

Conceptualizar El motor debe suministrar la fuerza de magnitud T que jale el ascensor hacia arriba.

Categorizar La fuerza de fricción aumenta la potencia necesaria para levantar el elevador. El problema establece que la rapidez del elevador es constante: $a = 0$. El elevador se modela como una partícula en equilibrio.

Analizar El diagrama de cuerpo libre en la figura 8.13b especifica la dirección hacia arriba como positiva. La masa *total* M del sistema (carro más pasajeros) es igual a 1 800 kg.



a) b)

Figura 8.13 (Ejemplo 8.10) a) El motor ejerce una fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{T}}$ en el ascensor. La magnitud de esta fuerza es la tensión T en el cable que conecta la cabina y el motor. Las fuerzas que actúan hacia abajo en la cabina son una fuerza de fricción $\vec{\mathbf{f}}$ y la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = M\vec{\mathbf{g}}$. b) Diagrama de cuerpo libre para el ascensor.

Aplique la segunda ley de Newton a la cabina:

$$\sum F_y = T - f - Mg = 0$$

Resuelva para T:

$$T = f + Mg$$
$$= 4.00 \times 10^3 \text{ N} + (1.80 \times 10^3 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 2.16 \times 10^4 \text{ N}$$

Proceda con la ecuación 8.19 y que $\vec{\mathbf{T}}$ esté en la misma dirección que $\vec{\mathbf{v}}$ para encontrar la potencia:

$$\mathcal{P} = \vec{\mathbf{T}} \cdot \vec{\mathbf{v}} = Tv$$
$$= (2.16 \times 10^4 \text{ N})(3.00 \text{ m/s}) = \boxed{6.48 \times 10^4 \text{ W}}$$

B) ¿Qué potencia debe entregar el motor en el instante en que la rapidez del elevador es v si el motor está diseñado para proporcionar al ascensor una aceleración hacia arriba de 1.00 m/s^2?

SOLUCIÓN

Conceptualizar En este caso, el motor debe proporcionar la fuerza de magnitud T que jala al ascensor hacia arriba con una rapidez creciente. Se espera que se requiera más potencia para hacer lo que en el inciso A), ya que el motor ahora debe realizar la tarea adicional de acelerar la cabina.

Categorizar En este caso, el ascensor se modela como una partícula bajo una fuerza neta porque está acelerando.

Analizar Aplique la segunda ley de Newton a la cabina:

$$\sum F_y = T - f - Mg = Ma$$

Resuelva para T:

$$T = M(a + g) + f$$
$$= (1.80 \times 10^3 \text{ kg})(1.00 \text{ m/s}^2 + 9.80 \text{ m/s}^2) + 4.00 \times 10^3 \text{ N}$$
$$= 2.34 \times 10^4 \text{ N}$$

Use la ecuación 8.19 para obtener la potencia requerida:

$$\mathcal{P} = Tv = \boxed{(2.34 \times 10^4 \text{ N})v}$$

donde v es la rapidez instantánea de la cabina en metros por segundo.

Finalizar Para comparar con el inciso A), sea $v = 3.00$ m/s, que proporciona una potencia de

$$\mathcal{P} = (2.34 \times 10^4 \text{ N})(3.00 \text{ m/s}) = 7.02 \times 10^4 \text{ W}$$

mayor que la potencia encontrada en el inciso A), como se esperaba.

Resumen

DEFINICIONES

Un **sistema no aislado** es uno para el que la energía cruza la frontera del sistema. Un **sistema aislado** es uno para el que la energía no cruza la frontera del sistema.

La **potencia instantánea** $\mathcal{P}$ se define como la proporción de transferencia de energía en el tiempo:

$$\mathcal{P} \equiv \frac{dE}{dt} \qquad (8.18)$$

CONCEPTOS Y PRINCIPIOS

Para un sistema no aislado, se puede igualar el cambio en la energía total almacenada en el sistema con la suma de todas las transferencias de energía a través de la frontera del sistema, que es un enunciado de **conservación de la energía**. Para un sistema aislado, la energía total es constante.

Si un sistema es aislado y si en los objetos dentro del sistema no actúan fuerzas no conservativas, la energía mecánica total del sistema es constante:

$$K_f + U_f = K_i + U_i \qquad (8.10)$$

Si entre los objetos dentro de un sistema actúan fuerzas no conservativas (como la fricción), la energía mecánica no se conserva. En estas situaciones, la diferencia entre la energía mecánica final total y la energía mecánica inicial total del sistema es igual a la energía transformada a energía interna por las fuerzas no conservativas.

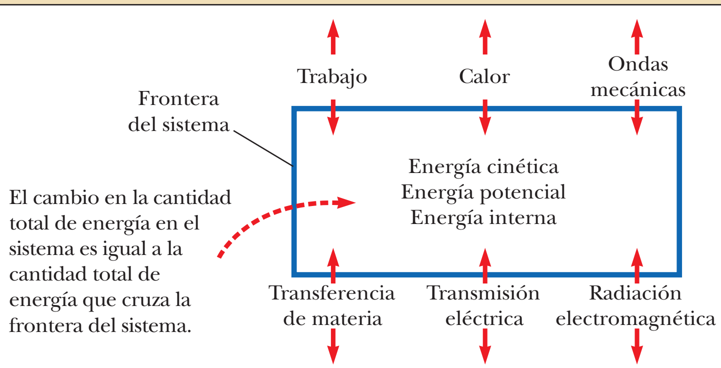
Si una fuerza de fricción actúa dentro de un sistema aislado, la energía mecánica del sistema se reduce y la ecuación apropiada por aplicar es

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = f_k d \qquad (8.16)$$

Si una fuerza de fricción actúa dentro de un sistema no aislado, la ecuación apropiada por aplicar es

$$\Delta E_{\text{mec}} = -f_k d + \sum W_{\text{otras fuerzas}} \qquad (8.17)$$

MODELOS DE ANÁLISIS PARA RESOLVER PROBLEMAS



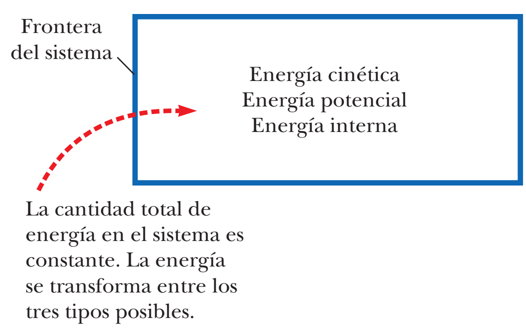
Sistema no aislado (energía). El enunciado más general que describe el comportamiento de un sistema no aislado es la **ecuación de conservación de energía:**

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \sum T \qquad (8.1)$$

Al incluir los tipos de almacenamiento de energía y transferencia de energía que se han discutido se produce

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}} = W + Q + T_{\text{OM}} + T_{\text{MT}} + T_{\text{TE}} + T_{\text{RE}} \qquad (8.2)$$

Para un problema específico, esta ecuación por lo general se reduce a un número más pequeño de términos al eliminar los términos que no son adecuados a la situación.



Sistema aislado (energía). La energía total de un sistema aislado se conserva, de modo que

$$\Delta E_{\text{sistema}} = 0 \qquad (8.9)$$

Si dentro del sistema no actúan fuerzas no conservativas, la energía mecánica del sistema se conserva, de modo que

$$\Delta E_{\text{mec}} = 0 \qquad (8.8)$$

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. ¿Todo tiene energía? Dé argumentos para su respuesta.
2. **O** Un martinete es un dispositivo que se usa para clavar postes en la Tierra mediante la caída repetida de un objeto pesado sobre ellos. Suponga que el objeto se deja caer desde la misma altura cada vez. ¿En qué factor cambia la energía del sistema martinete–Tierra cuando la masa del objeto a soltar se duplica? a) ½, b) 1: la energía es la misma, c) 2, d) 4.
3. **O** Un tobogán está instalado junto a una alberca en un patio. Dos niños suben a una plataforma en lo alto del tobogán. El niño más pequeño salta recto hacia abajo a la alberca y el niño más grande se desliza desde lo alto del tobogán sin fricción. **i)** Al momento de llegar al agua, en comparación con el niño mayor, ¿la energía cinética del niño pequeño es a) mayor, b) menor o c) igual? **ii)** Al momento de llegar al agua, en comparación con el niño mayor, ¿la rapidez del niño pequeño es a) mayor, b) menor o c) igual? **iii)** Durante los movimientos desde la plataforma al agua, en comparación con el niño mayor, ¿la aceleración promedio del niño pequeño es a) mayor, b) menor o c) igual?
4. **O** a) ¿Un sistema objeto–Tierra puede tener energía cinética y no energía potencial gravitacional? b) ¿Puede tener energía potencial gravitacional y no energía cinética? c) ¿Puede tener ambos tipos de energía al mismo tiempo? d) ¿Puede no tener ninguna?
5. **O** Una bola de arcilla cae libremente hacia el piso duro. No rebota de manera notable, sino que llega al reposo muy rápidamente. ¿En tal caso qué ocurrió con la energía que la bola tenía mientras caía? a) Se usó para producir el movimiento hacia abajo. b) Se transformó de regreso en energía potencial. c) Se transfirió a la bola por calor. d) Está en la bola y el suelo (y paredes) como energía de movimiento hacia abajo invisible. e) La mayor parte se fue en sonido.
6. **O** Sostiene una honda a la longitud de su brazo, jala la ligera banda elástica hacia su barbilla y la suelta para lanzar una piedra horizontalmente con una rapidez de 200 cm/s. Con el mismo procedimiento, dispara un frijol con rapidez de 600 cm/s. ¿Cuál es la relación de la masa del frijol a la masa de la piedra? a) $\frac{1}{9}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $1/\sqrt{3}$, d) 1, e) $\sqrt{3}$, f) 3, g) 9.
7. Una persona deja caer una bola desde lo alto de un edificio mientras que otra, en la base, observa su movimiento. ¿Estas dos personas estarán de acuerdo con el valor de la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra? ¿En el cambio en energía potencial? ¿En la energía cinética?
8. En el capítulo 7 se introdujo el teorema trabajo–energía cinética, $W_{\text{neto}} = \Delta K$. Esta ecuación establece que el trabajo invertido en un sistema aparece como un cambio en energía cinética. Es una ecuación de caso especial, válida si no hay cambios en algún otro tipo de energía como la potencial o la interna. Proporcione ejemplos en los que se invierta trabajo en un sistema pero que el cambio en energía del sistema no sea un cambio en energía cinética.
9. Usted viaja en bicicleta. ¿En qué sentido su bicicleta es impulsada por energía solar?
10. Una bola de boliche está suspendida del techo de un salón de conferencias mediante una fuerte cuerda. La bola se aleja de su posición de equilibrio y se libera del reposo desde la punta de la nariz de la conferencista, como se muestra en la figura P8.10. La conferencista permanece fija. Explique por qué la bola no la golpea en su viaje de retorno. ¿La conferencista estaría a salvo si a la bola se le da un empujón desde su posición de partida en su nariz?

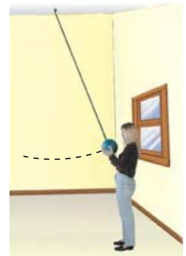


Figura P8.10

11. Un bloque se conecta a un resorte que está suspendido del techo. Si supone que el bloque se pone en movimiento vertical y se ignora la resistencia del aire, describa las transformaciones de energía que se presentan dentro del sistema que consiste del bloque, la Tierra y el resorte.
12. **O** En un laboratorio de modelos de automóviles que derrapan hasta detenerse, se obtuvo la información para seis pistas. Cada una de tres bloques se lanza en dos magnitudes de velocidad inicial diferentes v_i y se deslizan a través de una mesa a nivel a medida que llegan al reposo. Los bloques tienen masas iguales pero difieren en rugosidad y por tanto tienen diferentes coeficientes de fricción cinética μ_k con la mesa. Clasifique los siguientes casos del a) al f) de acuerdo con la distancia de frenado, de mayor a menor. Si la distancia de frenado es la misma en dos casos, déles igual clasificación. a) $v_i = 1$ m/s, $\mu_k = 0.2$, b) $v_i = 1$ m/s, $\mu_k = 0.4$, c) $v_i = 1$ m/s, $\mu_k = 0.8$, d) $v_i = 2$ m/s, $\mu_k = 0.2$, e) $v_i = 2$ m/s, $\mu_k = 0.4$, f) $v_i = 2$ m/s, $\mu_k = 0.8$.
13. ¿Una fuerza de fricción estática puede hacer trabajo? Si no, ¿por qué? Si es sí, proporcione un ejemplo.
14. Describa dispositivos hechos por el hombre diseñados para producir cada una de las siguientes transferencias o transformaciones de energía. Siempre que pueda, también describa un proceso natural en el que se presente el proceso energético. Proporcione detalles para defender sus elecciones, como la identificación del sistema y otra salida de energía si el proceso tiene eficiencia limitada. a) Energía potencial química se transforma en energía interna. b) La energía transferida por transmisión eléctrica se convierte en energía potencial gravitacional. c) Energía potencial elástica se transfiere fuera de un sistema mediante calor. d) La energía transferida por ondas mecánicas realiza trabajo sobre un sistema. e) La energía transportada por ondas electromagnéticas se convierte en energía cinética en un sistema.
15. En la ecuación general de conservación de energía, establezca cuáles términos predominan al describir cada uno de los siguientes dispositivos y procesos. Para un proceso que funciona de manera continua, puede considerar lo que ocurre en un intervalo de tiempo de 10 s. Establezca cuáles términos en la ecuación representan las formas original y final de energía, cuáles serían entradas, y cuáles serían salidas. a) una honda que dispara una piedra, b) un fuego ardiendo, c) un radio portátil en operación, d) un carro que frena hasta detenerse, e) la superficie del Sol brillando visiblemente, f) una persona que salta encima de una silla.

16. **O** En la parte baja de una pista de aire inclinada a un ángulo θ, a un deslizador de masa m se le da un empujón para hacerlo que se deslice una distancia d hacia arriba de la pendiente a medida que frena y se detiene. Luego el deslizador regresa hacia abajo por la pista hasta su punto de partida. Ahora se repite el experimento con la misma rapidez original pero con un segundo deslizador idéntico colocado en la parte superior del primero. El flujo de aire es lo suficientemente intenso como para soportar el par de deslizadores de modo que se mueven libremente sobre la pista. La fricción estática mantiene al segundo deslizador fijo en relación con el primer deslizador a lo largo del movimiento. El coeficiente de fricción estática entre los dos deslizadores es μ_s. ¿Cuál es el cambio en energía mecánica del sistema dos deslizadores–Tierra en el movimiento hacia arriba y abajo de la pendiente después de que el par de deslizadores se libera? Elija una. a) $-2md$, b) $-2\mu_s gd$, c) $-2\mu_s md$, d) $-2\mu_s mg$, e) $-2mg \cos \theta$, f) $-2mgd \cos \theta$, g) $-2\mu_s mgd \cos \theta$, h) $-4\mu_s mgd \cos \theta$, i) $-\mu_s mgd \cos \theta$, j) $-2\mu_s mgd$ sen θ, k) 0, l) $+2\mu_s mgd \cos \theta$.

17. Un vendedor de automóviles afirma que un motor mejorado de 300 hp es una opción necesaria en un auto compacto en lugar del motor convencional de 130 hp. Suponga que usted tiene la intención de conducir el automóvil dentro de los límites de rapidez ($\leq$ 65 mi/h) en terreno plano. ¿Cómo contrarrestaría esta propaganda comercial?

Problemas

Sección 8.1 El sistema no aislado: conservación de energía

1. Para cada uno de los siguientes sistemas e intervalos de tiempo, escriba la versión reducida y adecuada de la ecuación 8.2, la ecuación de conservación de energía. a) las bobinas de calentamiento en su tostadora durante los primeros cinco segundos después de que enciende la tostadora, b) su automóvil, justo desde antes de que le llene el tanque con gasolina hasta que sale de la gasolinera a 10 mi/h, c) su cuerpo mientras está sentada tranquilamente y come un emparedado de mantequilla de cacahuate y mermelada durante su almuerzo, d) su casa durante cinco minutos de una tarde soleada mientras la temperatura en la casa permanece fija.

Sección 8.2 El sistema aislado

2. A las 11:00 a.m. del 7 de septiembre de 2001, más de un millón de escolares británicos saltaron arriba y abajo durante 1 min. El punto central del plan de estudios del “gran salto” estuvo en los terremotos, pero se integró con muchos otros temas, como el ejercicio, la geografía, la cooperación, la prueba de hipótesis y el establecimiento de registros mundiales. Los estudiantes construyeron sus propios sismógrafos que registraron efectos locales. a) Encuentre la energía convertida en energía mecánica en el experimento. Suponga que 1 050 000 niños, con masa promedio de 36.0 kg, saltaron 12 veces cada uno y elevaron sus centros de masa 25.0 cm cada vez y descansaban brevemente entre un salto y el siguiente. La aceleración de caída libre en Bretaña es 9.81 m/s^2. b) La mayor parte de la energía mecánica se convierte muy rápidamente en energía interna dentro de los cuerpos de los estudiantes y los suelos de los edificios escolares. De la energía que se propaga hacia dentro del área, la mayoría produce vibraciones de “microtemblor” de alta frecuencia que se amortiguan rápidamente y no pueden viajar mucho. Suponga que 0.01% de la energía se transporta lejos mediante una onda sísmica de largo rango. La magnitud de un terremoto en la escala Richter está dada por

$$M = \frac{\log E - 4.8}{1.5}$$

donde E es la energía de la onda sísmica en joules. De acuerdo con este modelo, ¿cuál es la magnitud del temblor de demostración? No se hizo registro de ruido más allá del medio ambiente a ultramar o en el sismógrafo del Wolverton Seismic Vault, en Hampshire.

3. Una bolita perforada se desliza sin fricción alrededor de un bucle (figura P8.3). La bolita se libera desde una altura $h = 3.50R$. a) ¿Cuál es la rapidez de la bolita en el punto Ⓐ? b) ¿Qué tan grande es la fuerza normal sobre la bolita si su masa es 5.00 g?

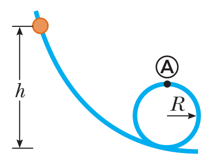


Figura P8.3

4. Una partícula de masa m = 5.00 kg se libera desde el punto Ⓐ y se desliza sobre la pista sin fricción que se muestra en la figura P8.4. Determine a) la rapidez de la partícula en los puntos Ⓑ y Ⓒ y b) el trabajo neto invertido por la fuerza gravitacional a medida que la partícula se mueve de Ⓐ a Ⓒ.

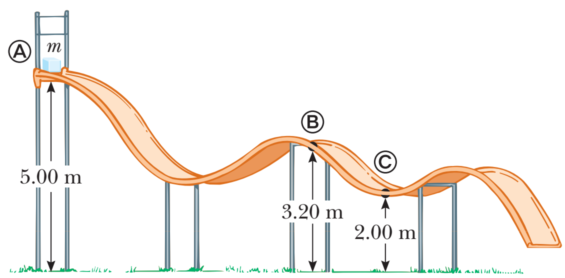


Figura P8.4

5. Un bloque de 0.250 kg de masa se coloca en lo alto de un resorte vertical ligero de constante de fuerza 5 000 N/m y se empuja hacia abajo de modo que el resorte se comprime 0.100 m. Después de que el bloque se libera del reposo, viaja hacia arriba y luego deja el resorte. ¿A qué altura máxima arriba del punto de liberación llega?

6. Un trapecio de circo consiste en una barra suspendida mediante dos cuerdas paralelas, cada una de longitud ℓ, que permiten a los ejecutantes balancearse en un arco circular vertical (figura P8.6). Suponga que una ejecutante con masa m sostiene la barra y salta de una plataforma elevada, partiendo del reposo con las cuerdas en un ángulo θ_i respecto de la vertical. Suponga que el tamaño del cuerpo de la ejecutante es pequeño en comparación con la longitud ℓ, que no mueve el trapecio para balancearse más alto y que la resistencia del aire es despreciable. a) Demuestre que, cuando las cuerdas forman un ángulo θ con la vertical, la ejecutante debe ejercer una fuerza

$$mg(3 \cos \theta - 2 \cos \theta_i)$$

para estar preparada. b) Determine el ángulo θ_i para que la fuerza necesaria para estar en la parte baja del columpio sea el doble de la fuerza gravitacional que se ejerce sobre la ejecutante.

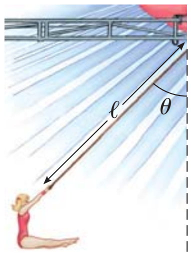


Figura P8.6

7. Dos objetos se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea ligera sin fricción, como se muestra en la figura P8.7. El objeto de 5.00 kg de masa se libera desde el reposo. Con el modelo de sistema aislado, a) determine la rapidez del objeto de 3.00 kg justo cuando el objeto de 5.00 kg golpea el suelo. b) Encuentre la altura máxima a la que llega el objeto de 3.00 kg.

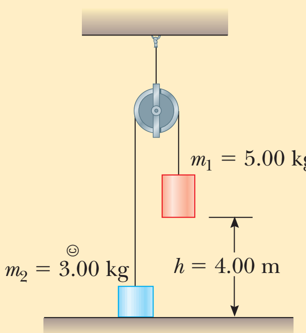


Figura P8.7 Problemas 7 y 8.

8. Dos objetos se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea ligera sin fricción, como se muestra en la figura P8.7. El objeto de masa m_1 se libera desde el reposo a una altura h. Con el modelo de sistema aislado, a) determine la rapidez de m_2 justo cuando m_1 golpea el suelo. b) Encuentre la altura máxima a la que llega m_2.

9. Una barra ligera rígida mide 77.0 cm de largo. Su extremo superior tiene como pivote un eje horizontal de baja fricción. La barra cuelga recta hacia abajo en reposo con una pequeña bola de gran masa unida a su extremo inferior. Usted golpea la bola y súbitamente le da una velocidad horizontal de modo que se balancea alrededor de un círculo completo. ¿Qué rapidez mínima se requiere en la parte más baja para hacer que la bola recorra lo alto del círculo?

10. Una bola de cañón de 20.0 kg se dispara desde un cañón con rapidez de boquilla de 1 000 m/s con un ángulo de 37.0° con la horizontal. Una segunda bala de cañón se dispara con un ángulo de 90.0°. Aplique el modelo de sistema aislado para encontrar a) la altura máxima que alcanza cada bola y b) la energía mecánica total del sistema bola–Tierra a la altura máxima para cada bola. Sea $y = 0$ en el cañón.

11. Un atrevido planea un salto bungee desde un globo aerostático a 65.0 m en medio de una feria (figura P8.11). Usará una cuerda elástica uniforme, amarrada a un arnés alrededor de su cuerpo, para detener su caída en un punto 10.0 m sobre el suelo. Modele su cuerpo como una partícula y la cuerda como si tuviera masa despreciable y obedeciera la ley de Hooke. En una prueba preliminar, colgando en reposo de una cuerda de 5.00 m de largo, el osado encuentra que el peso de su cuerpo estira la cuerda 1.50 m. Él pretende soltarse desde el reposo en el punto donde el extremo superior de una sección más larga de la cuerda está unida al globo fijo. a) ¿Qué longitud de cuerda debe usar? b) ¿Qué aceleración máxima experimentará?

Figura P8.11 Problemas 11 y 46.

12. **Problema de repaso.** El sistema que se muestra en la figura P8.12 consiste de una cuerda ligera inextensible; poleas ligeras sin fricción; y bloques de igual masa. Inicialmente se mantiene en reposo de modo que los bloques están a la misma altura sobre el suelo. Después los bloques se liberan. Encuentre la rapidez del bloque A en el momento en que la separación vertical de los bloques es h.

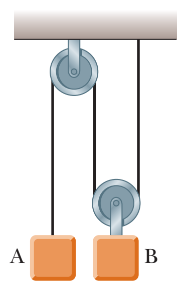


Figura P8.12

Sección 8.3 Situaciones que incluyen fricción cinética

13. Una caja de 40.0 kg, inicialmente en reposo, se empuja 5.00 m a lo largo de un suelo horizontal rugoso, con una fuerza constante horizontal aplicada de 130 N. El coeficiente de fricción entre la caja y el suelo es 0.300. Encuentre: a) el trabajo invertido por la fuerza aplicada, b) el aumento en energía interna en el sistema caja–suelo como resultado de la fricción, c) el

trabajo invertido por la fuerza normal, d) el trabajo invertido por la fuerza gravitacional, e) el cambio en energía cinética de la caja y f) la rapidez final de la caja.

14. Un bloque de 2.00 kg se une a un resorte con constante de fuerza 500 N/m, como se muestra en la figura 7.9. Se jala el bloque 5.00 cm hacia la derecha del equilibrio y se libera desde el reposo. Encuentre la rapidez que tiene el bloque cuando pasa a través del equilibrio si a) la superficie horizontal no tiene fricción y b) el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es 0.350.

15. Una caja de 10.0 kg de masa se jala hacia arriba de un plano inclinado rugoso con una rapidez inicial de 1.50 m/s. La fuerza del jalón es 100 N paralela al plano, que forma un ángulo de 20.0° con la horizontal. El coeficiente de fricción cinética es 0.400 y la caja se jala 5.00 m. a) ¿Cuánto trabajo invierte la fuerza gravitacional en la caja? b) Determine el aumento en energía interna del sistema caja–plano inclinado debido a fricción. c) ¿Cuánto trabajo invierte la fuerza de 100 N en la caja? d) ¿Cuál es el cambio en energía cinética de la caja? e) ¿Cuál es la rapidez de la caja después de jalarse 5.00 m?

16. ● Un bloque de masa m está sobre una superficie horizontal con la que su coeficiente de fricción cinética es μ_k. El bloque se empuja contra el extremo libre de un resorte ligero con constante de fuerza k, que comprime el resorte una distancia d. Después el bloque se libera desde el reposo de modo que el resorte dispara el bloque a través de la superficie. De las posibles expresiones a) a k) que se mencionan a continuación para la rapidez del bloque después de que se desliza una distancia d, **i)** ¿cuál no puede ser cierta porque es dimensionalmente incorrecta? **ii)** De las restantes, ¿cuál(es) da(n) un resultado incorrecto en el límite a medida que k se vuelve muy grande? **iii)** De los restantes, ¿cuál(es) da(n) un resultado incorrecto en el límite a medida que μ_k tiende a cero? **iv)** De las que quedan, ¿cuál puede descartar por otras razones que especifique? (**v**) ¿Cuál expresión es correcta? **vi)** Evalúe la rapidez en el caso $m = 250$ g, $\mu_k = 0.600$, $k = 18.0$ N/m y $d = 12.0$ cm. Necesitará explicar su respuesta. a) $(kd^2 - \mu_k mgd)^{1/2}$, b) $(kd^2/m - \mu_k g)^{1/2}$, c) $(kd/m - 2\mu_k gd)^{1/2}$, d) $(kd^2/m - gd)^{1/2}$, e) $(kd^2/m - \mu_k^2 gd)^{1/2}$, f) $kd^2/m - \mu_k gd$, g) $(\mu_k kd^2/m - gd)^{1/2}$, h) $(kd^2/m - 2\mu_k gd)^{1/2}$, i) $(\mu_k gd - kd^2/m)^{1/2}$, j) $(gd - \mu_k gd)^{1/2}$, k) $(kd^2/m + \mu_k gd)^{1/2}$.

17. A un trineo de masa m se le da una patada sobre un lago congelado. La patada le imparte una rapidez inicial de 2.00 m/s. El coeficiente de fricción cinética entre el trineo y el hielo es 0.100. Aplique consideraciones energéticas para encontrar la distancia que el trineo se mueve antes de detenerse.

Sección 8.4 Cambios en energía mecánica para fuerzas no conservativas

18. ● En un tiempo t_i, la energía cinética de una partícula es 30.0 J y la energía potencial del sistema al que pertenece es 10.0 J. En algún tiempo posterior t_f, la energía cinética de la partícula es 18.0 J. a) Si sólo fuerzas conservativas actúan sobre la partícula, ¿cuáles son la energía potencial y la energía total en el tiempo t_f? b) Si la energía potencial del sistema en el tiempo t_f es 5.00 J, ¿existen fuerzas no conservativas que actúan sobre la partícula? Explique.

19. El coeficiente de fricción entre el bloque de 3.00 kg y la superficie en la figura P8.19 es 0.400. El sistema parte del reposo. ¿Cuál es la rapidez de la bola de 5.00 kg cuando cae 1.50 m?

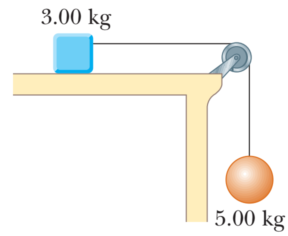


Figura P8.19

20. En su mano, una lanzadora de softball balancea una bola de 0.250 kg de masa alrededor de una trayectoria circular de 60.0 cm de radio antes de liberarla de su mano. La lanzadora mantiene una componente de fuerza en la bola con magnitud constante de 30.0 N en la dirección de movimiento alrededor de la trayectoria completa. La rapidez de la bola en lo alto del círculo es 15.0 m/s. Si la lanzadora libera la bola en la parte más baja del círculo, ¿cuál es su rapidez al liberarla?

21. Un bloque de 5.00 kg se pone en movimiento hacia arriba de un plano inclinado con una rapidez inicial de 8.00 m/s (figura P8.21). El bloque llega al reposo después de viajar 3.00 m a lo largo del plano, que está inclinado en un ángulo de 30.0° con la horizontal. Para este movimiento, determine a) el cambio en la energía cinética del bloque, b) el cambio en la energía potencial del sistema bloque–Tierra y c) la fuerza de fricción que se ejerce sobre el bloque (supuesta constante). d) ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?

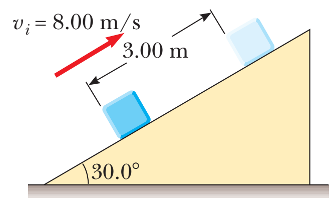


Figura P8.21

22. ● Un paracaidista de 80.0 kg salta de un globo a una altura de 1 000 m y abre el paracaídas a una altitud de 200 m. a) Si supone que la fuerza retardadora total sobre el paracaidista es constante en 50.0 N con el paracaídas cerrado y constante en 3 600 N con el paracaídas abierto, encuentre la rapidez del paracaidista cuando aterriza en el suelo. b) ¿Cree que el paracaidista se lesionará? Explique. c) ¿A qué altura se debe abrir el paracaídas de modo que la rapidez final del paracaidista cuando golpee el suelo sea 5.00 m/s? d) ¿Qué tan real es la suposición de que la fuerza retardadora total es constante? Explique.

23. Un arma de juguete usa un resorte para proyectar una bola de hule suave de 5.30 g. El resorte originalmente se comprime 5.00 cm y tiene una constante de fuerza de 8.00 N/m. Cuando el arma se dispara, la bola se mueve 15.0 cm a través del cañón horizontal del arma y el cañón ejerce una fuerza de fricción constante de 0.032 0 N en la bola. a) ¿Con qué rapidez el proyectil deja el cañón del arma? b) ¿En qué punto la bola tiene rapidez máxima? c) ¿Cuál es esta rapidez máxima?

24. Una partícula se mueve a lo largo de una línea donde la energía potencial de su sistema depende de su posición r, como se grafica en la figura P8.24. En el límite cuando r aumenta sin frontera, $U(r)$ tiende a +1 J. a) Identifique cada posición de equilibrio para esta partícula. Indique si cada una es un punto de equilibrio estable, inestable o neutro. b) ¿La partícula estará acotada si la energía total del sistema está, en ese intervalo? Ahora suponga que el sistema tiene energía de −3 J. Determine

c) el intervalo de posiciones donde se puede encontrar la partícula, d) su energía cinética máxima, e) la ubicación donde tiene energía cinética máxima y f) la *energía de enlace* del sistema, esto es, la energía adicional que tendría que darse a la partícula para moverla a $r \rightarrow \infty$.

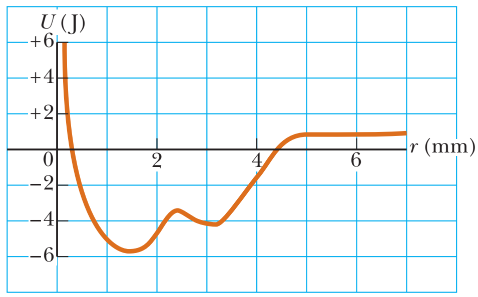


Figura P8.24

25. Un objeto de 1.50 kg se mantiene 1.20 m sobre un resorte vertical relajado sin masa con una constante de fuerza de 320 N/m. Se deja caer el objeto sobre el resorte. a) ¿Cuánto comprime al resorte? b) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuánto comprime al resorte si el mismo experimento se realiza sobre la Luna, donde $g = 1.63\ m/s^2$? c) **¿Qué pasaría si?** Repita el inciso a), pero esta vez suponga que una fuerza de resistencia del aire constante de 0.700 N actúa sobre el objeto durante su movimiento.

26. Un niño en una silla de ruedas (masa total: 47.0 kg) gana una carrera contra un chico en patineta. El niño tiene 1.40 m/s de rapidez en la cresta de una pendiente de 2.60 m de alto y 12.4 m de largo. En la parte más baja de la pendiente su rapidez es 6.20 m/s. Suponga que la resistencia del aire y la resistencia de rodamiento se representan como una fuerza de fricción constante de 41.0 N. Encuentre el trabajo que hizo en empujar hacia adelante sus ruedas durante el viaje colina abajo.

27. Un tablero uniforme de longitud L se desliza a lo largo de un plano horizontal uniforme (sin fricción), como se muestra en la figura P8.27a. Después el tablero se desliza a través de la frontera con una superficie horizontal rugosa. El coeficiente de fricción cinética entre el tablero y la segunda superficie es μ_k. a) Encuentre la aceleración del tablero cuando su extremo frontal recorre una distancia x más allá de la frontera. b) El tablero se detiene en el momento en que su extremo posterior llega a la frontera, como se muestra en la figura P8.27b. Encuentre la rapidez inicial v del tablero.

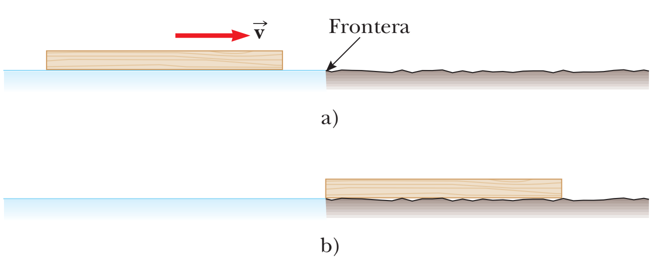


Figura P8.27

Sección 8.5 Potencia

28. El motor eléctrico de un tren a escala acelera al tren desde el reposo a 0.620 m/s en 21.0 ms. La masa total del tren es 875 g. hallar la potencia promedio entregada al tren durante la aceleración.

29. Un marine de 700 N en entrenamiento básico asciende en 8.00 s una soga vertical de 10.0 m con una rapidez constante. ¿Cuál es su potencia desarrollada?

30. El columnista Dave Barry se mofó del nombre "Las grandes ciudades" que adoptaran Grand Forks, Dakota del Norte, y East Grand Forks, Minnesota. En consecuencia los residentes de dichas ciudades nombraron su siguiente edificio municipal en su honor. En la Estación de elevación Dave Barry núm. 16, aguas de drenaje no tratadas se elevan verticalmente 5.49 m, en una proporción de 1 890 000 litros cada día. El desperdicio, de 1 050 kg/m^3 de densidad, entra y sale de la bomba a presión atmosférica, a través de tuberías de igual diámetro. a) Encuentre la potencia mecánica de salida de la estación de elevación de aguas sucias. b) Suponga que un motor eléctrico, que opera continuamente con potencia promedio de 5.90 kW, impulsa la bomba. Encuentre su eficiencia.

31. Haga una estimación de un orden de magnitud de la potencia que aporta el motor de un automóvil para acelerar el auto a rapidez de autopista. Considere su propio automóvil, si usa uno. En su solución, establezca las cantidades físicas que toma como datos y los valores que mide o estima para ellos. La masa del vehículo se proporciona en el manual del propietario. Si no quiere estimar un automóvil, considere un autobús o camión que especifique.

32. Un elevador de 650 kg parte del reposo. Se mueve hacia arriba durante 3.00 s con aceleración constante hasta que llega a su rapidez de crucero de 1.75 m/s. a) ¿Cuál es la potencia promedio del motor del elevador durante este intervalo de tiempo? b) ¿De qué modo se compara esta potencia con la potencia del motor cuando el elevador se mueve a su rapidez de crucero?

33. Una lámpara con eficiencia energética, que toma 28.0 W de potencia, produce el mismo nivel de brillantez que una lámpara convencional que funciona a una potencia de 100 W. El tiempo de vida de la lámpara con eficiencia energética es 10 000 h y su precio de compra es 17.0 dólares, mientras que la lámpara convencional tiene un tiempo de vida de 750 h y cuesta 0.420 dólares por lámpara. Determine el ahorro total que se obtiene al usar una lámpara con eficiencia energética durante su tiempo de vida, en oposición a usar lámparas convencionales durante el mismo intervalo de tiempo. Suponga un costo de energía de 0.080 0 dólares por kilowatt hora.

34. Una motoneta eléctrica tiene una batería capaz de suministrar 120 Wh de energía. Si las fuerzas de fricción y otras pérdidas explican 60.0% del uso de energía, ¿qué cambio en altitud puede lograr un motociclista cuando conduce en terreno montañoso, si el conductor y la motoneta tienen un peso combinado de 890 N?

35. Un furgón cargado tiene una masa de 950 kg y rueda sobre rieles con fricción despreciable. Parte del reposo y un cable conectado a un malacate lo jala por el tiro de una mina. El tiro está inclinado 30.0° sobre la horizontal. El furgón acelera de manera uniforme a una rapidez de 2.20 m/s en 12.0 s y después continúa con rapidez constante. a) ¿Qué potencia debe proporcionar el motor del malacate cuando el furgón se mueve con rapidez constante? b) ¿Qué potencia máxima debe proporcionar el motor del malacate? c) ¿Qué energía total transfirió el motor mediante trabajo para cuando el furgón salió de la pista, que tiene 1 250 m de largo?

36. Por convención la energía se mide en Calorías, así como en joules. Una Caloría en nutrición es una kilocaloría, que se define como 1 kcal = 4 186 J. Metabolizar 1 g de grasa puede

liberar 9.00 kcal. Una estudiante decide intentar perder peso mediante el ejercicio. Ella planea subir y bajar corriendo las escaleras de un estadio de futbol tan rápido como pueda y tantas veces como sea necesario. ¿Esta actividad en sí misma es una forma práctica de perder peso? Para evaluar el programa, suponga que ella sube un tramo de 80 escalones, cada uno de 0.150 m de alto, en 65.0 s. Por simplicidad, ignore la energía que usa al bajar (que es pequeña). Suponga que una eficiencia típica para músculos humanos es de 20.0%. Esta afirmación significa que, cuando su cuerpo convierte 100 J de grasa en metabolismo, 20 J realizan trabajo mecánico (en este caso, subir escaleras). El resto va a energía interna adicional. Suponga que la masa de la estudiante es de 50.0 kg. a) ¿Cuántas veces debe correr el tramo de escaleras para perder 1 lb de grasa? b) ¿Cuál es su potencia desarrollada promedio, en watts y en caballos de fuerza, mientras sube corriendo las escaleras?

Problemas adicionales

37. Un muchacho con su patineta se modela como una partícula de 76.0 kg de masa, ubicado en su centro de masa (que se estudiará en el capítulo 9). Como se muestra en la figura P8.37, el muchacho parte del reposo en una posición encorvada en un borde de un medio tubo (punto Ⓐ). El medio tubo es un canal de agua seco, que forma la mitad de un cilindro de 6.80 m de radio con su eje horizontal. En su descenso, el muchacho se mueve sin fricción de modo que su centro de masa se mueve a través de un cuarto de círculo de 6.30 m de radio. a) Encuentre su rapidez en el fondo del medio tubo (punto Ⓑ). b) Encuentre su aceleración centrípeta. c) Encuentre la fuerza normal $n_{Ⓑ}$ que actúa sobre él en el punto Ⓑ. Inmediatamente después de pasar el punto Ⓑ, se pone de pie y eleva los brazos, lo que eleva su centro de masa de 0.500 m a 0.950 m sobre el concreto (punto Ⓒ). Para explicar la conversión de energía química en mecánica modele sus piernas como realizando trabajo al empujarlo verticalmente hacia arriba, con una fuerza constante igual a la fuerza normal $n_{Ⓑ}$, sobre una distancia de 0.450 m. (En el capítulo 11 será capaz de resolver este problema con un modelo más preciso.) d) ¿Cuál es el trabajo invertido en el cuerpo del muchacho en este proceso? A continuación, él se desliza hacia arriba con su centro de masa moviéndose en un cuarto de círculo de 5.85 m de radio. Su cuerpo está horizontal cuando pasa el punto Ⓓ, el borde lejano del medio tubo. e) Encuentre su rapidez en esta ubicación. Por último se vuelve balístico y gira mientras su centro de masa se mueve verticalmente. f) ¿A qué altura sobre el punto Ⓓ se eleva? g) ¿Durante qué intervalo de tiempo es aerotransportado antes de bajar, 2.34 m abajo del nivel del punto Ⓓ? *Precaución:* No intente esta acrobacia sin la habilidad y equipo requeridos, o en un canal de drenaje al que no tenga acceso legal.

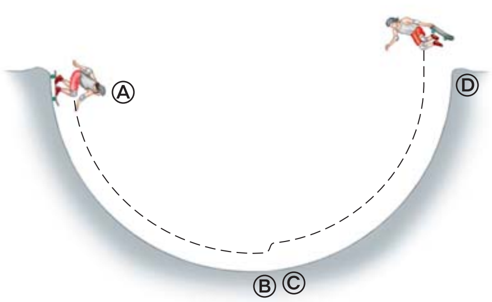


Figura P8.37

38. ● **Problema de repaso.** Como se muestra en la figura P8.38, unacuerda ligera que no se estira cambia de horizontal a vertical a medida que pasa sobre el borde de una mesa. La cuerda conecta un bloque de 3.50 kg, al principio en reposo sobre la mesa horizontal, 1.20 m arriba del suelo, a un bloque colgante de 1.90 kg, al principio a 0.900 m sobre el suelo. Ni la superficie de la mesa ni su borde ejercen una fuerza de fricción cinética. Los bloques comienzan a moverse con rapidez despreciable. Considere los dos bloques más la Tierra como el sistema. a) ¿La energía mecánica del sistema permanece constante entre el instante de liberación y el instante antes de que el bloque colgante golpee el suelo? b) Encuentre la rapidez a la que el bloque deslizante deja el borde de la mesa. c) Ahora suponga que el bloque colgante se detiene permanentemente tan pron-to como llega al suelo pegajoso. ¿La energía mecánica del sistema permanece constante entre el instante de liberación y el instante antes de que el bloque deslizante golpee el suelo? d) Encuentre la rapidez de impacto del bloque deslizante. e) ¿Cuán larga debe ser la cuerda si no se debe tensar mientras el bloque deslizante está en vuelo? f) ¿Se invalidaría su cálculo de rapidez si la cuerda se tensa? g) Incluso con fricción cinética despreciable, el coeficiente de fricción estática entre el bloque más pesado y la mesa es 0.560. Evalúe la fuerza de fricción que actúa sobre este bloque antes de que comience el movimiento. h) ¿El movimiento comenzará por sí solo, o el experimentador debe dar un pequeño golpe al bloque deslizante para que comience? ¿Los cálculos de rapidez todavía son válidos?

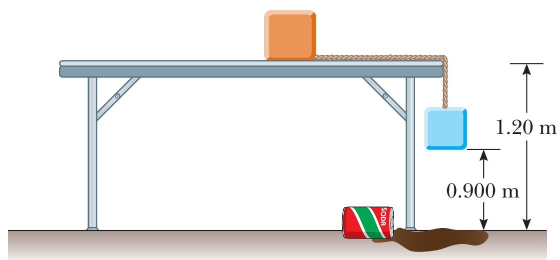


Figura P8.38

39. Una partícula de 4.00 kg se mueve a lo largo del eje x. Su posición varía con el tiempo de acuerdo con $x = t + 2.0t^3$, donde x está en metros y t en segundos. Encuentre: a) la energía cinética en cualquier tiempo t, b) la aceleración de la partícula y la fuerza que actúa sobre ella en el tiempo t, c) la potencia que se entrega a la partícula en el tiempo t y d) el trabajo invertido en la partícula en el intervalo $t = 0$ a $t = 2.00$ s.

40. ● Sin atención del peligro, un niño salta sobre una pila de colchonetas para usarlas como trampolín. Su movimiento entre dos puntos particulares se describe mediante la ecuación de conservación de la energía

$$\tfrac{1}{2}(46.0\text{ kg})(2.40\text{ m/s})^2 + (46.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(2.80\text{ m} + x) = \tfrac{1}{2}(1.94 \times 10^4\text{ N/m})x^2$$

a) Resuelva la ecuación para x. b) Componga el enunciado de un problema, incluidos datos, para los que esta ecuación dé la solución. Identifique el significado físico del valor de x.

41. Mientras el conductor pisa el pedal del acelerador, un automóvil de 1 160 kg de masa acelera desde el reposo. Durante los primeros segundos de movimiento, la aceleración del automóvil aumenta con el tiempo de acuerdo con la expresión

$$a = (1.16\text{ m/s}^3)t - (0.210\text{ m/s}^4)t^2 + (0.240\text{ m/s}^5)t^3$$

a) ¿Qué trabajo invierten las ruedas sobre el automóvil durante el intervalo desde $t = 0$ hasta $t = 2.50$ s? b) ¿Cuál es la potencia útil de las ruedas en el instante $t = 2.50$ s?

42. Una partícula de 0.400 kg se desliza alrededor de una pista horizontal. La pista tiene una pared exterior vertical uniforme que forma un círculo con un radio de 1.50 m. A la partícula se le da una rapidez inicial de 8.00 m/s. Después de una revolución, su rapidez cae a 6.00 m/s debido a la fricción con el suelo rugoso de la pista. a) Encuentre la energía transformada de mecánica a interna en el sistema como resultado de la fricción en una revolución. b) Calcule el coeficiente de fricción cinética. c) ¿Cuál es el número total de revoluciones que da la partícula antes de detenerse?

43. Un bloque de 200 g se presiona contra un resorte con 1.40 kN/m de constante de fuerza hasta que el bloque comprime el resorte 10.0 cm. El resorte descansa en la parte baja de una rampa inclinada 60.0° con la horizontal. Mediante consideraciones de energía, determine cuánto se mueve el bloque hacia arriba del plano inclinado antes de detenerse a) si la rampa no ejerce fuerza de fricción en el bloque y b) si el coeficiente de fricción cinética es 0.400.

44. ● Mientras limpia un estacionamiento, un quitanieve empuja una pila cada vez más grande de nieve enfrente de él. Suponga que un automóvil que se mueve a través del aire se modela como un cilindro que empuja una pila creciente de aire enfrente de él. El aire originalmente estacionario se pone en movimiento a la rapidez constante v del cilindro, como se muestra en la figura P8.44. En un intervalo de tiempo Δt, un nuevo disco de aire de masa Δm se debe mover una distancia $v\,\Delta t$ y por tanto se le debe dar una energía cinética $\frac{1}{2}(\Delta m)v^2$. Con el uso de este modelo, muestre que la pérdida de potencia del automóvil debida a resistencia del aire es $\frac{1}{2}\rho A v^3$, y que la fuerza resistiva que actúa sobre el automóvil es $\frac{1}{2}\rho A v^2$, donde ρ es la densidad del aire. Compare este resultado con la expresión empírica $\frac{1}{2}D\rho A v^2$ para la fuerza resistiva.

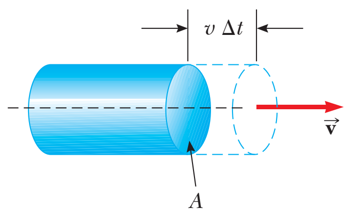


Figura P8.44

45. Un molino de viento, como el que se muestra en la fotografía de apertura del capítulo 7, gira en respuesta a una fuerza de resistencia del aire de alta rapidez, $R = \frac{1}{2}D\rho A v^2$. La potencial disponible es $\mathcal{P} = Rv = \frac{1}{2}D\rho\pi r^2 v^3$, donde v es la rapidez del viento y se supone una cara circular para el molino de viento, de radio r. Tome el coeficiente de arrastre como $D = 1.00$ y la densidad del aire de las primeras páginas de este libro. Para un molino de viento casero que tenga $r = 1.50$ m, calcule la potencia disponible con a) $v = 8.00$ m/s y b) $v = 24.0$ m/s. La potencia entregada al generador está limitada por la eficiencia del sistema, cerca de 25%. En comparación, un hogar estadounidense típico usa alrededor de 3 kW de energía eléctrica.

46. ● Desde el reposo, una persona de 64.0 kg hace un salto bungee desde un globo atado 65.0 m sobre el suelo (figura P8.11). La cuerda bungee tiene masa despreciable y longitud no estirada de 25.8 m. Un extremo se amarra a la canasta del globo aerostático y el otro extremo a un arnés alrededor del cuerpo de la persona. La cuerda se modela como un resorte que obedece la ley de Hooke con una constante de resorte de 81.0 N/m, y el cuerpo de la persona se modela como partícula. El globo no se mueve. a) Exprese la energía potencial gravitacional del sistema persona–Tierra como función de la altura variable y de la persona sobre el suelo. b) Exprese la energía potencial elástica de la cuerda como función de y. c) Exprese la energía potencial total del sistema persona–cuerda–Tierra como función de y. d) Trace una gráfica de energías gravitacional, elástica y potencial total como funciones de y. e) Suponga que la resistencia del aire es despreciable. Determine la altura mínima de la persona sobre el suelo durante su caída. f) ¿La gráfica de energía potencial muestra alguna posición de equilibrio? Si es así, ¿a qué elevaciones? ¿Son estables o inestables? g) Determine la rapidez máxima del saltador.

47. Considere el sistema bloque–resorte–superficie en el inciso B) del ejemplo 8.6. a) ¿En qué posición x del bloque su rapidez es un máximo? b) En la sección **¿Qué pasaría si?** de dicho ejemplo, se exploraron los efectos de una fuerza de fricción aumentada de 10.0 N. ¿En qué posición del bloque su rapidez máxima se presenta en esta situación?

48. ● Hace más de 2 300 años el maestro griego Aristóteles escribió el primer libro llamado *Física*. Puesto en terminología más precisa, este pasaje es del final de su Sección Eta:

> Sea $\mathcal{P}$ la potencia de un agente que causa movimiento; w, la carga movida; d, la distancia cubierta; y Δt, el intervalo de tiempo requerido. En tal caso 1) una potencial igual a $\mathcal{P}$ en un intervalo de tiempo igual a Δt moverá $w/2$ una distancia $2d$, o 2) moverá $w/2$ la distancia dada d en el intervalo de tiempo $\Delta t/2$. Además, si 3) la potencia conocida $\mathcal{P}$ mueve la carga dada w una distancia $d/2$ en el intervalo de tiempo $\Delta t/2$, por lo tanto 4) $\mathcal{P}/2$ moverá $w/2$ la distancia dada d en el intervalo de tiempo dado Δt.

a) Demuestre que las proporciones de Aristóteles se incluyen en la ecuación $\mathcal{P}\Delta t = bwd$, donde b es una constante de proporcionalidad. b) Demuestre que la teoría de movimiento del libro incluye esta parte de la teoría de Aristóteles como un caso especial. En particular, describa una situación en la que sea verdadera, deduzca la ecuación que represente las proporciones de Aristóteles y determine la constante de proporcionalidad.

49. **Problema de repaso.** La masa de un automóvil es 1 500 kg. La forma del cuerpo del automóvil es tal que su coeficiente de arrastre aerodinámico es $D = 0.330$ y el área frontal es 2.50 m^2. Si supone que la fuerza de arrastre es proporcional a v^2 y si ignora otras fuentes de fricción, calcule la potencia requerida para mantener una rapidez de 100 km/h mientras el automóvil asciende una larga colina con 3.20° de pendiente.

50. Una partícula de 200 g se libera desde el reposo en el punto Ⓐ a lo largo del diámetro horizontal en el interior de un tazón hemisférico sin fricción con radio $R = 30.0$ cm (figura P8.50). Calcule a) la energía potencial gravitacional del sistema partícula–Tierra cuando la partícula está en el punto Ⓐ en rela-

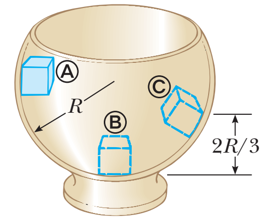


Figura P8.50 Problemas 50 y 51.

ción con el punto Ⓑ, b) la energía cinética de la partícula en el punto Ⓑ, c) su rapidez en el punto Ⓑ y d) su energía cinética y la energía potencial cuando la partícula está en el punto Ⓒ.

51. ● **¿Qué pasaría si?** La partícula descrita en el problema 50 (figura P8.50) se libera desde el reposo en Ⓐ, y la superficie del tazón es rugosa. La rapidez de la partícula en Ⓑ es 1.50 m/s. a) ¿Cuál es su energía cinética en Ⓑ? b) ¿Cuánta energía mecánica se transforma en energía interna a medida que la partícula se mueve de Ⓐ a Ⓑ? c) ¿Es posible determinar el coeficiente de fricción a partir de estos resultados de alguna manera simple? Explique.

52. Suponga que asiste a una universidad estatal que se fundó como escuela de agricultura. Cerca del centro del campus hay un alto silo coronado con un casco hemisférico. El casco no tiene fricción cuando está húmedo. Alguien equilibró una calabaza en el punto más alto del silo. La línea desde el centro de curvatura del casco hacia la calabaza forma un ángulo $\theta_i = 0°$ con la vertical. En una noche lluviosa, mientras está de pie en las cercanías, un soplo de viento hace que la calabaza se comience a deslizar hacia abajo desde el reposo. La calabaza pierde contacto con el casco cuando la línea desde el centro del hemisferio hacia la calabaza forma cierto ángulo con la vertical. ¿Cuál es este ángulo?

53. El zanco saltarín de un niño (figura P8.53) almacena energía en un resorte con una constante de fuerza de 2.50×10^4 N/m. En la posición Ⓐ ($x_{Ⓐ} = -0.100$ m), la compresión del resorte es un máximo y el niño momentáneamente está en reposo. En la posición Ⓑ ($x_{Ⓑ} = 0$), el resorte está relajado y el niño se mueve hacia arriba. En la posición Ⓒ, el niño de nuevo está momentáneamente en reposo en lo alto del salto. La masa combinada del niño y el zanco es de 25.0 kg. a) Calcule la energía total del sistema niño–zanco saltarín–Tierra, y considere las energías gravitacional y potencial elástica como cero para $x = 0$. b) Determine $x_{Ⓒ}$. c) Calcule la rapidez del niño en $x = 0$. d) Determine el valor de x para el que la energía cinética del sistema es un máximo. e) Calcule la rapidez hacia arriba máxima del niño.

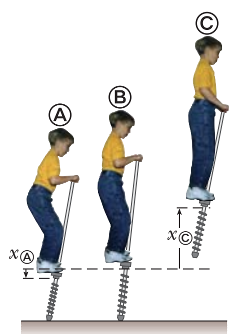


Figura P8.53

54. Un objeto de 1.00 kg se desliza hacia la derecha sobre una superficie que tiene un coeficiente de fricción cinética de 0.250 (figura P8.54). El objeto tiene una rapidez de $v_i = 3.00$ m/s cuando hace contacto con un resorte ligero que tiene una constante de fuerza de 50.0 N/m. El objeto llega al reposo después de que el resorte se comprime una distancia *d*. En tal caso el objeto se fuerza hacia la izquierda mediante el resorte y continúa moviéndose en dicha dirección más allá de la posición no estirada del resorte. Al final, el objeto llega al reposo una distancia *D* a la izquierda del resorte no estirado. Encuentre a) la distancia de compresión *d*, b) la rapidez *v* en la posición no estirada cuando el objeto es móvil hacia la izquierda y c) la distancia *D* donde el objeto llega al reposo.

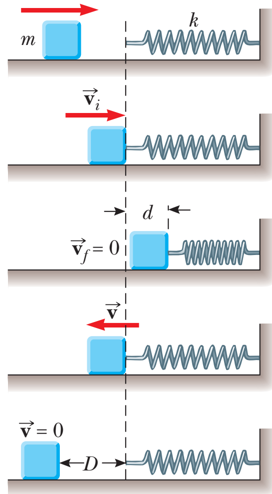


Figura P8.54

55. Un bloque de 10.0 kg se libera desde el punto Ⓐ en la figura P8.55. La pista no tiene fricción excepto por la porción entre los puntos Ⓑ y Ⓒ, que tiene una longitud de 6.00 m. El bloque viaja por la pista, golpea un resorte con 2 250 N/m de constante de fuerza y comprime el resorte 0.300 m desde su posición de equilibrio antes de llegar al reposo momentáneamente. Determine el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie rugosa entre Ⓑ y Ⓒ

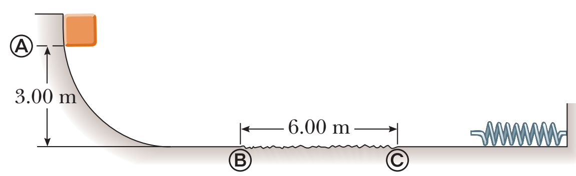


Figura P8.55

56. Una cadena uniforme de 8.00 m de longitud inicialmente yace estirada sobre una mesa horizontal. a) Si supone que el coeficiente de fricción estática entre la cadena y la mesa es 0.600, muestre que la cadena comenzará a deslizarse de la mesa si al menos 3.00 m de ella cuelgan sobre el borde de la mesa. b) Determine la rapidez de la cadena cuando su último eslabón deja la mesa, teniendo en cuenta que el coeficiente de fricción cinética entre la cadena y la mesa es 0.400.

57. Un bloque de 20.0 kg se conecta a un bloque de 30.0 kg mediante una cuerda que pasa sobre una polea ligera sin fricción. El bloque de 30.0 kg se conecta a un resorte que tiene masa despreciable y una constante de fuerza de 250 N/m, como se muestra en la figura P8.57. El resorte no está estirado cuando el sistema está como se muestra en la figura, y el plano inclinado no tiene fricción. El bloque de 20.0 kg se jala 20.0 cm hacia abajo del plano (de modo que el bloque de 30.0 kg está 40.0 cm sobre el suelo) y se libera desde el reposo. Encuentre la rapidez de cada bloque cuando el bloque de 30.0 kg está 20.0 cm arriba del suelo (esto es: cuando el resorte no está estirado).

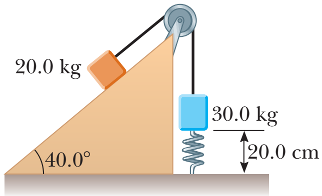


Figura P8.57

58. Jane, cuya masa es 50.0 kg, necesita columpiarse a través de un río (que tiene una anchura D), lleno de cocodrilos cebados con carne humana, para salvar a Tarzán del peligro. Ella debe columpiarse contra un viento que ejerce fuerza horizontal constante $\vec{\mathbf{F}}$, en una liana que tiene longitud L e inicialmente forma un ángulo θ con la vertical (figura P8.58). Considere $D = 50.0$ m, $F = 110$ N, $L = 40.0$ m y $\theta = 50.0°$. a) ¿Con qué rapidez mínima Jane debe comenzar su balanceo para apenas llegar al otro lado? b) Una vez que el rescate está completo, Tarzán y Jane deben columpiarse de vuelta a través del río. ¿Con qué rapidez mínima deben comenzar su balanceo? Suponga que Tarzán tiene una masa de 80.0 kg.

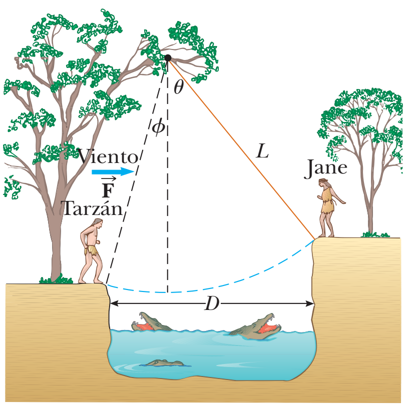


Figura P8.58

59. ● Un bloque de 0.500 kg de masa se empuja contra un resorte horizontal de masa despreciable hasta que el resorte se comprime una distancia x (figura P8.59). La constante de fuerza del resorte es 450 N/m. Cuando se libera, el bloque viaja a lo largo de una superficie horizontal sin fricción al punto B, la parte baja de una pista circular vertical de radio $R = 1.00$ m, y continúa moviéndose a lo largo de la pista. La rapidez del bloque en la parte baja de la pista es $v_B = 12.0$ m/s, y el bloque experimenta una fuerza de fricción promedio de 7.00 N mientras se desliza hacia arriba de la pista. a) ¿Cuál es x? b) ¿Qué rapidez predice para el bloque en lo alto de la pista? c) ¿En realidad el bloque llega a lo alto de la pista, o cae antes de llegar a lo alto?

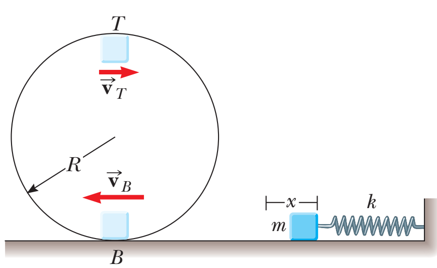


Figura P8.59

60. Una bola de masa $m = 300$ g se conecta mediante una cuerda resistente de longitud $L = 80.0$ cm a un pivote y se mantiene en su lugar con la cuerda vertical. Un viento ejerce fuerza constante F hacia la derecha sobre la bola, como se muestra en la figura P8.60. La bola se libera desde el reposo. El viento hace que se balancee para lograr altura máxima H sobre su punto de partida antes de que se balancee abajo de nuevo. a) Encuentre H como función de F. Evalúe H b) para $F = 1.00$ N y c) para $F = 10.0$ N. ¿Cómo se comporta H d) cuando F tiende a cero e) y cuando F tiende a infinito? f) Ahora considere la altura de equilibrio de la bola con el viento que sopla. Determínela como función de F. Evalúe la altura de equilibrio g) para $F = 10$ N y h) para F que tiende a infinito.

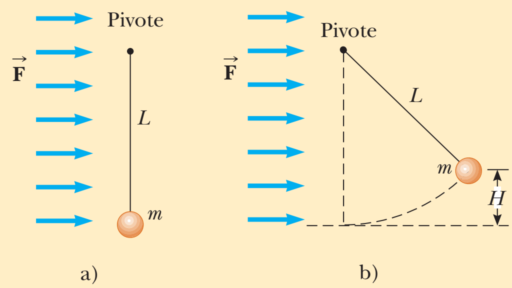


Figura P8.60

61. Un bloque de masa M descansa sobre una mesa. Se amarra al extremo inferior de un resorte vertical ligero. El extremo superior del resorte se amarra a un bloque de masa m. El bloque superior se empuja hacia abajo con una fuerza adicional $3mg$, así que la compresión del resorte es $4mg/k$. En esta configuración, el bloque superior se libera desde el reposo. El resorte se eleva de la mesa al bloque inferior. En términos de m, ¿cuál es el mayor valor posible de M?

62. Un péndulo, que consta de una cuerda ligera de longitud L y un esfera pequeña, se balancean en el plano vertical. La cuerda golpea una clavija ubicada a un distancia d bajo el punto de suspensión (figura P8.62). a) Demuestre que, si la esfera se libera desde una altura por abajo de la clavija, regresará a esta altura después de que la cuerda golpee la clavija. b) Demuestre que, si el péndulo se libera desde la posición horizontal ($\theta = 90°$) y se balancea en un círculo completo con centro en la clavija, el valor mínimo de d debe ser $3L/5$.

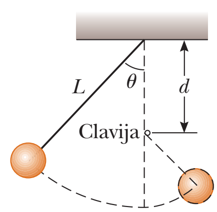


Figura P8.62

63. Una bola gira alrededor de un círculo vertical en el extremo de una cuerda. El otro extremo de la cuerda está fijo en el centro del círculo. Si supone que la energía total del sistema bola–Tierra permanece constante, demuestre que la tensión en la cuerda en la parte baja es mayor que la tensión en lo alto por seis veces el peso de la bola.

64. Un carro de montaña rusa se libera desde el reposo en lo alto de la primera subida y luego se mueve libremente con fricción despreciable. La montaña rusa que se muestra en la figura

2 = intermedio; 3 = desafiante; ▭ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

P8.64 tiene un bucle circular de radio R en un plano vertical. a) Primero suponga que el carro apenas libra el bucle; en lo alto del bucle, los pasajeros están cabeza abajo y se sienten sin peso. Encuentre la altura requerida del punto de liberación sobre la parte baja del bucle en términos de R. b) Ahora suponga que el punto de liberación está en o arriba de la altura mínima requerida. Demuestre que la fuerza normal sobre el carro en la parte baja del bucle supera la fuerza normal en lo alto del bucle por seis veces el peso del carro. La fuerza normal sobre cada pasajero sigue la misma regla. Puesto que una fuerza normal tan grande es peligrosa y muy incómoda para los pasajeros, las montañas rusas no se construyen con bucles circulares en planos verticales. La figura P6.18 y la fotografía de la página 137 muestran dos diseños actuales.

Figura P8.64

65. **Problema de repaso.** En 1887, en Bridgeport, Connecticut, C.J. Belknap construyó el tobogán de agua que se muestra en la figura P8.65. Un pasajero en un pequeño trineo, de 80.0 kg de masa total, se empuja para arrancar en lo alto del tobogán (punto Ⓐ), con una rapidez de 2.50 m/s. El tobogán tiene 9.76 m de alto en la cima, 54.3 m de largo y 0.51 m de ancho. A lo largo de su longitud, 725 ruedas pequeñas hacen la fricción despreciable. Al momento de dejar el tobogán horizontalmente en su extremo inferior (punto Ⓒ), el pasajero pasa rozando el agua de Long Island Sound por hasta 50 m, "saltando como un guijarro plano", antes de que llegue al reposo y nade a la orilla, jalando su trineo tras de él. De acuerdo con *Scientific American*, "La expresión facial de los novatos que toman su primer deslizamiento venturoso es bastante notoria, y las sen-saciones que experimentan son correspondientemente novedosas y peculiares". a) Encuentre la rapidez del trineo y el pasajero en el punto Ⓒ. b) Modele la fuerza de la fricción del agua como una fuerza retardadora constante que actúa sobre una partícula. Encuentre el trabajo invertido por la fricción del agua para detener al trineo y al pasajero. c) Hallar la magnitud de la fuerza que ejerce el agua sobre el trineo. d) Encuentre la magnitud de la fuerza que el tobogán ejerce sobre el trineo en el punto Ⓑ. e) En el punto Ⓒ, el tobogán es horizontal pero curvo en el plano vertical. Suponga que su radio de curvatura es 20.0 m. Encuentre la fuerza que el tobogán ejerce sobre el trineo en el punto Ⓒ.

Grabado de *Scientific American*, julio de 1888

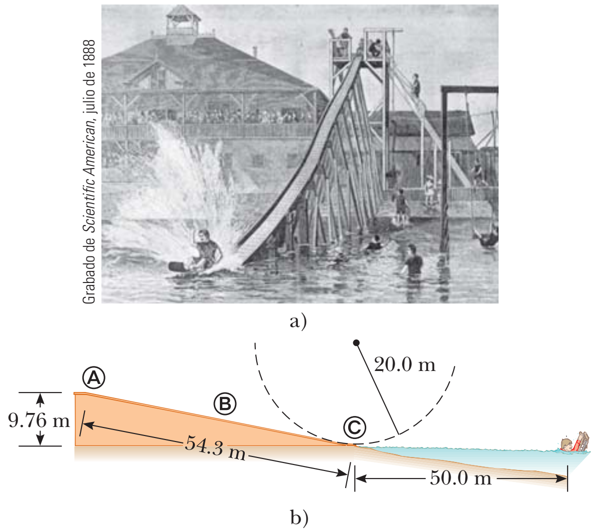


Figura P8.65

66. Considere la colisión bloque–resorte discutida en el ejemplo 8.8. a) En el inciso (B), para la situación en que la superficie ejerce una fuerza de fricción sobre el bloque, demuestre que el bloque nunca llega de regreso a $x = 0$. b) ¿Cuál es el valor máximo del coeficiente de fricción que permitiría al bloque regresar a $x = 0$?

Respuestas a las preguntas rápidas

8.1 a). Para el televisor, la energía entra mediante transmisión eléctrica (a través del cable eléctrico). La energía sale mediante calor (de las superficies calientes hacia el aire), ondas mecánicas (sonido de las bocinas) y radiación electromagnética (de la pantalla). b) Para la podadora de gasolina, la energía entra mediante transferencia de materia (gasolina). La energía sale mediante trabajo (sobre las hojas de pasto), ondas mecánicas (sonido) y calor (de las superficies calientes hacia el aire). c) Para el sacapuntas manual, la energía entra mediante trabajo (de su mano que da vuelta al sacapuntas). La energía sale mediante trabajo (invertido sobre el lápiz), ondas mecánicas (sonido) y calor debido al aumento de temperatura por fricción.

8.2 **i**), b). Para el bloque, la fuerza de fricción de la superficie representa una interacción con el medio ambiente. **ii**), b). Para la superficie, la fuerza de fricción del bloque representa una interacción con el medio ambiente. **iii**), a). Para el bloque y la superficie, la fuerza de fricción es interna al sistema, así que no hay interacción con el medio ambiente.

8.3 a). La roca tiene el doble de energía potencial gravitacional asociada con ella en comparación con la de la roca más ligera. Puesto que la energía mecánica de un sistema aislado se conserva, la roca más de gran masa llegará al suelo con el doble de energía cinética que la roca más ligera.

8.4 $v_1 = v_2 = v_3$. La primera y tercera bolas aceleran después de ser lanzadas, mientras que la segunda bola frena al inicio pero acelera después de llegar a su pico. Las trayectorias de las tres bolas son parábolas, y las bolas tardan diferentes intervalos de tiempo en llegar al suelo porque tienen distintas velocidades iniciales. Sin embargo, las tres bolas tienen la misma rapidez en el momento en que golpean el suelo porque todas parten con la misma energía cinética y porque el sistema bola–Tierra se somete al mismo cambio en energía potencial gravitacional en los tres casos.

8.5 c). Los frenos y el camino son más calientes, así que su energía interna aumentó. Además, el sonido del derrape representa transferencia de energía que se aleja mediante ondas mecánicas.